CONCEPTOS CLAVES BÁSICOS DE GEOMETRÍA

Usted **necesitará** los siguientes materiales para este curso: Programa de trazado geométrico (llamado en inglés Sketchpad GSP), un compás, una regla, una calculadora, un transportador, lápices de colores, cinta adhesiva y las notas del curso de Álgebra I.

I. Unidad 1: El lenguaje y los Símbolos de Geometría

A. Unidad 1 Introducción

El estudiante investigará el lenguaje y los símbolos de geometría utilizando los términos puntos, líneas, planos, segmentos, puntos medios, rayos, ángulos, pares de ángulos y bisectrices perpendiculares, también cómo analizar figuras de dos dimensiones y de tres dimensiones y problemas relacionados con la vida real.

El estudiante:

- Encontrará relaciones de ángulos tales como ángulos verticales, pares lineales, ángulos complementarios y ángulos suplementarios.
- Identificará relaciones entre puntos, líneas, y planos, tales como puntos entremedias, punto medio, distancia, colinear, coplanar.......
- Encontrará la intersección de líneas, planos, y sólidos.
- Conectará diagramas geométricos con representaciones algebraicas.
- Integrará construciones tales como segmentos y ángulos, bisectrices de segmentos, bisectrices de ángulos.
- Usará las relaciones entre una y dos medidas dimensionales.
- Representará figuras geométricas y propiedades usando coordenadas.
- Conectará los conceptos de distancia y punto medio para coordenar la geometría.

B. Lección 1: Puntos, líneas, planos, y espacio

Lea las definiciones de línea, punto, plano, puntos colineales, no colineales, puntos coplanares, puntos no coplanares, puntos entremedias y segmento.

Use el software de trazado geométrico (GSP) y complete el siguiente ejercicio. Imprima su trabajo si está utilizando la versión de demostración, por favor dibuje en un papel lo que ve en su pantalla de GSP.
Procedimiento:

1. Seleccione **Segment Tool** y dibuje el segmento AB.
2. Use **Select Tool** y la tecla "shift" para seleccionar ambos puntos extremos.
3. Haga un clic en el menú **Display** y elija *show labels*.
4. Seleccione el segmento y vaya al menú **Construct** y elija *point on object*. De nuevo, use **Display** para *show labels*.
5. Seleccione dos de los puntos utilizando la tecla "shift".

6. Elija el menú **Measure** y elija *distance* para medir cada distancia de A a B, B a C y A a C.
7. Seleccione los segmentos AC y BC utilizando la tecla "shift".
8. Elija el menú **Measure** y *calculate* para encontrar la suma.
9. Arrastre (lleve) el punto C por el segmento AB mientras presiona la tecla "shift".
10. Vaya a **Tool** para anotar lo que usted ha observado.
11. Vaya al menú **Edit** y *select all*.
12. Vaya al menú **File** y *print*.

Complete este problema. Dado que el punto D está entre los puntos T y R. TD = 3x + 2, DR = 2x + 1, y TR = 38. Encuentre TD y RD. Muestre su trabajo. (Pista: Dibuje un diagrama primero.)

C. Lección 2: Distancia y punto medio

Lea las definiciones de distancia y punto medio.
Ahora, usted utilizará esos conceptos y la fórmula de la distancia y la del punto medio para resolver algunos problemas.

Fórmula de la distancia: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Fórmula del punto medio: $M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

Ejemplos: Dadas las coordenadas de A y B, encuentre la distancia AB y el punto medio M del segmento AB.

1. A: (7, 11) y B: (1, 3)

   $d = \sqrt{(1-7)^2 + (3-11)^2}$ $\quad M = \left(\frac{7+1}{2}, \frac{11+3}{2}\right)$

   $d = \sqrt{(-6)^2 + (-8)^2}$ $\quad M = \left(\frac{8}{2}, \frac{14}{2}\right)$

   $d = \sqrt{36+64}$ $\quad M = (4,7)$

   $d = \sqrt{100}$

   $d = 10$

   Así que, AB = 10 y M = (4, 7)

2. A: (1, 2) y B: (4, 6)

   $d = \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2}$ $\quad M = \left(\frac{1+4}{2}, \frac{2+6}{2}\right)$

   $d = \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$ $\quad M = \left(\frac{5}{2}, \frac{8}{2}\right)$

   $d = \sqrt{9+16}$ $\quad M = (2.5,4)$

   $d = \sqrt{25}$

   $d = 5$

   Así que, AB = 5 y M = (4, 7)

Complete los siguientes problemas: dadas las coordenadas de A y B, encuentre AB, las coordenadas de M, y el punto medio del segmento AB.

a) A: (4, 2)	b) A: (-9, -1)	c) A: (-2, 1)
B: (7, 0)	B: (-6, -2)	B: (5, -3)
AB = __________	AB = __________	AB = __________
M: _________	M: _________	M: _________

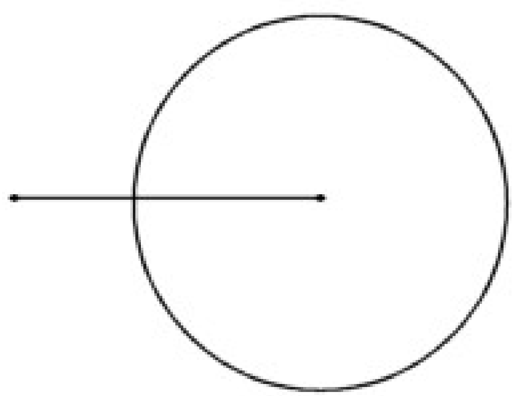
D. Lección 4: Perpendicular

Lea las definiciones de líneas perpendiculares, bisectrices perpendiculares, y puntos medios. Ahora usted construirá la bisectriz perpendicular de un segmento de línea. Para hacer esto usted necesitará un compás y una regla.

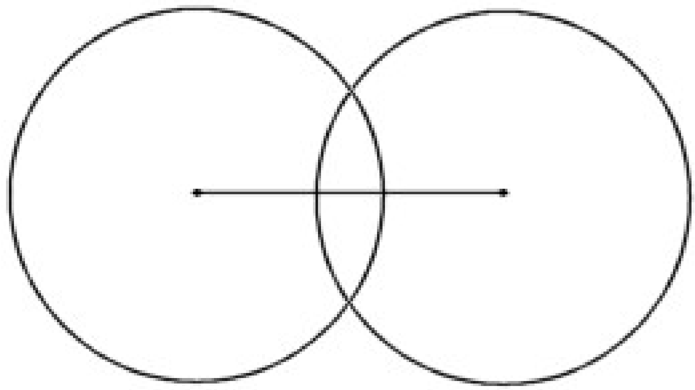
Procedimiento:

1. dibuje un segmento de línea.

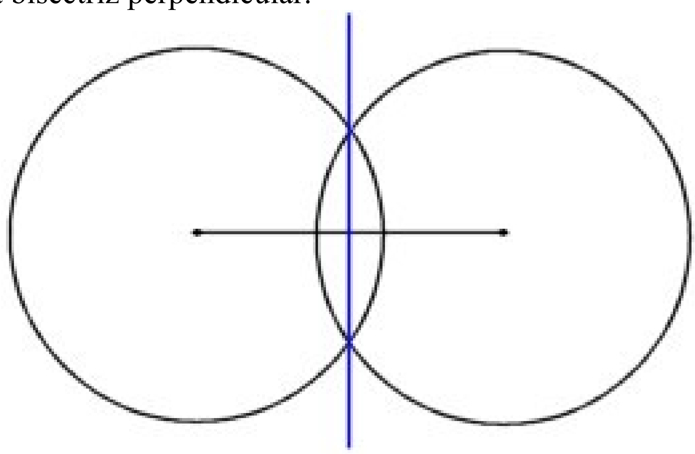
2. Dibuje un círculo que tenga un punto del extremo del segmento de línea como su centro y cuyo radio sea más de la mitad de la longitud del segmento de línea.



3. Dibuje otro círculo con otro punto del extremo como su centro y cuyo radio sea más de la mitad de la longitud del segmento de línea.



4. Dibuje una línea a través de los dos puntos donde los círculos intersectan. Esta es la bisectriz perpendicular.



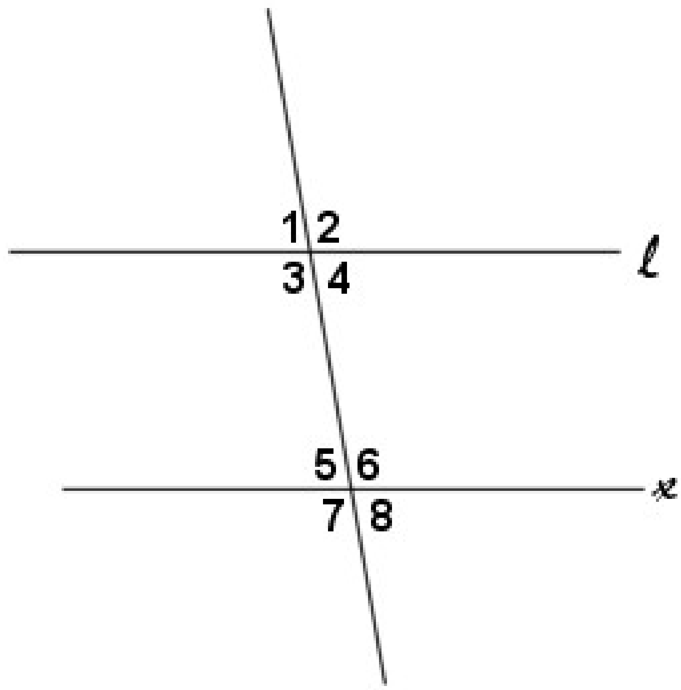
(El punto medio es donde el bisector perpendicular y el segmento de línea se encuentran.)

Ahora, complete las siguientes construcciones:

1. Dibuje un segmento con su regla. Su longitud no importa. Llámelo el segmento AB.
2. Construya una línea perpendicular al segmento AB que NO pase a través del punto medio. Llame a la intersección punto X.
3. Construya la bisectriz perpendicular para el segmento AB. Llame a la nueva intersección punto Y.
4. Identifique el punto medio del segmento AB. Use una regla para verificar que muestra su trabajo.

E. **Lección 5: Pares de ángulos**

Lea las definiciones de adyacente, congruente, ángulos complementarios, ángulos suplementarios, ángulos verticales y pares lineales.
Lo siguiente es un diagrama de pares de ángulos, donde la línea *l* y *x* son paralelas.



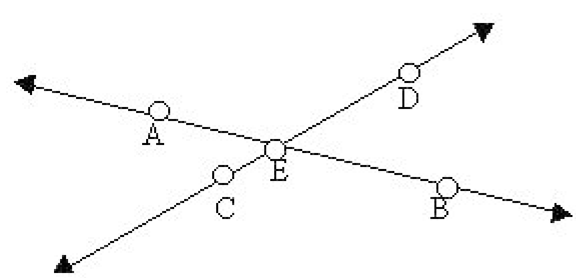
Lo siguiente son pares de ángulos y sus relaciones para dos líneas paralelas intersectadas por una transversal.
$\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$ y $\angle 8$ son ángulos externos.
$\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$ y $\angle 6$ son ángulos internos.
$\angle 1$ y $\angle 8$, y $\angle 2$ y $\angle 7$ son ángulos alternos internos.
$\angle 3$ y $\angle 6$, y $\angle 4$ y $\angle 5$ son ángulos alternos externos.
$\angle 1$ y $\angle 5$, $\angle 2$ y $\angle 6$, $\angle 3$ y $\angle 7$, y $\angle 4$ y $\angle 8$ son ángulos correspondientes.
$\angle 3$ y $\angle 5$, y $\angle 4$ y $\angle 6$ son ángulos consecutivos internos.

Usando los conceptos anteriores, complete la siguiente actividad para ángulos verticales y pares lineales. Use el programa de software Sketchpad para responder, imprimir y completar la hoja de trabajo de esta actividad.

Ángulos verticales y pares lineales usando Sketchpad

Propósito:
Descubrir las relaciones entre pares de ángulos verticales y entre pares lineales.
Procedimiento:

1. Seleccione la herramienta **Line** y construya la línea **AB.**



2. Construya otra línea, asegurándose de que intersecte a la línea AB entre el punto A y el punto B, y que el punto C y el punto D estén en lados opuestos de la línea AB.
3. Seleccione la heramienta **Arrow** y resalte ambas líneas.
4. Seleccione <u>Construct</u>, luego <u>Point of Intersection</u>.
5. Su figura debe parecerse a la figura que se enseña arriba.
6. Ahora queremos medir algunos ángulos. Para medir AEC, seleccione la herramienta **Arrow**, luego seleccione esos tres puntos en ese orden - A, E, C, - con la letra del vértice del ángulo en el medio. Una vez que los tres puntos estén resaltados, seleccione <u>Measure</u>, luego <u>Angle</u>. Anote esta medida en el espacio que se provee para ese ángulo para la intersección 1 en la tabla en la página siguiente.
7. Repita este procedimiento para medir los siguientes ángulos: ∠CEB, ∠BED, y ∠DEA. Anote estas medidas en la tabla para la intersección 1.
8. Haga un clic y tenga seleccionado el punto A, o el punto B, o el punto C, o el punto D y arrástrelo (llévelo) a un lugar nuevo para crear una nueva intersección. La única restricción a su movimiento es que los puntos A y B deben permanecer en los lados opuestos de la línea CD y los puntos C y D deben permanecer en los lados opuestos de la línea AB, y que el punto E permanezca entre los otros cuatro puntos.
9. Sus medidas cambiarán conforme mueva el punto. Anote estas medidas nuevas para la intrsección 2. Repita este procedimiento para completar la tabla.

Ángulos verticales y pares lineales – Hoja de trabajo de Sketchpad

Datos:	m∠AEC	m∠CEB	m∠BED	m∠DEA
Intersección 1	________	________	________	________
Intersección 2	________	________	________	________
Intersección 3	________	________	________	________
Intersección 4	________	________	________	________
Intersección 5	________	________	________	________
Intersección 6	________	________	________	________
Intersección 7	________	________	________	________
Intersección 8	________	________	________	________
Intersección 9	________	________	________	________
Intersección 10	________	________	________	________
Intersection 11	________	________	________	________
Intersection 12	________	________	________	________
Intersection 13	________	________	________	________
Intersection 14	________	________	________	________
Intersection 15	________	________	________	________

Exploración:

1. Hay dos pares de ángulos verticales que se ven en la pantalla. Por favor identifique estos dos pares. ________________ y _________________
2. ¿Qué observa de cada pareja de ángulos verticales para cada intersección? ____

3. Hay cuatro pares lineales de ángulos en la pantalla. Por favor identifique cada uno de los cuatro.
4.

__________________ y ___________________

__________________ y ___________________

__________________ y ___________________

__________________ y ___________________

5. ¿Cuál es su observacion de la suma de las medidas de cada par lineal en cada nueva intersección? ____

Conjeturas:

1. Si dos ángulos son ángulos verticales, entonces ____ _ ____.
2. Si dos ángulos forman un par lineal, entonces ____ ____.

F. Lección 6: Haciendo la bisectriz de un ángulo

Después de leer la definición de ángulos congruentes, construya un par de ángulos congruentes haciendo la bisectriz de un ángulo.
Procedimiento:

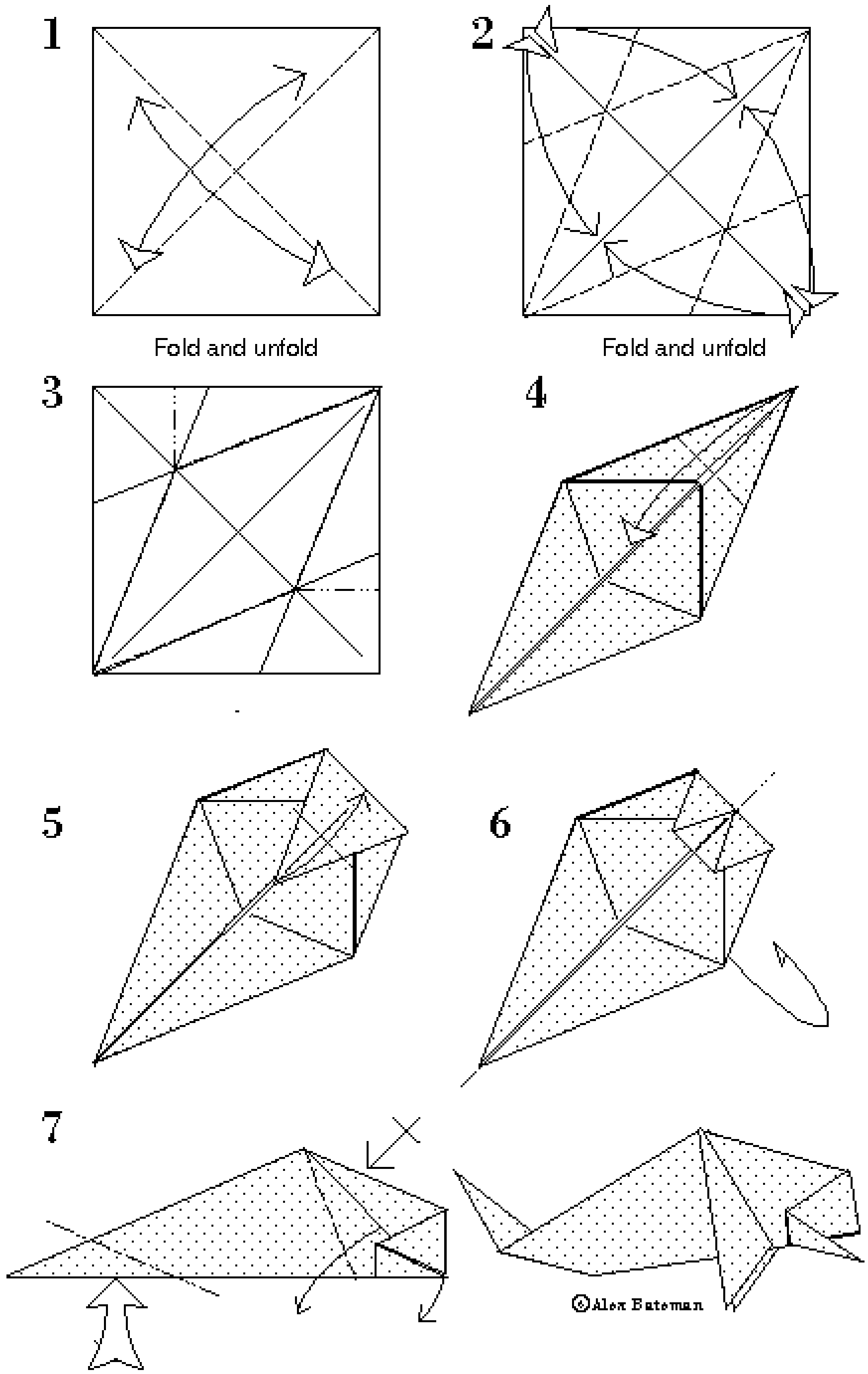
1. Dibuje un ángulo de 50° usando su transportador.
2. Haga la bisectriz del ángulo usando su compás. Use su transportador para verificar (cada ángulo debería ser ahora de 25°.)
3. Dibuje un ángulo de 128° usando su transportador en papel de cera.
4. Haga la bisectriz del ángulo doblando el papel. De nuevo, use su transportador para verificar su trabajo (ahora cada ángulo debería ser de 64°.)

G. Lección 7: Pares de ángulos – Un ejercicio de Papiroflexia

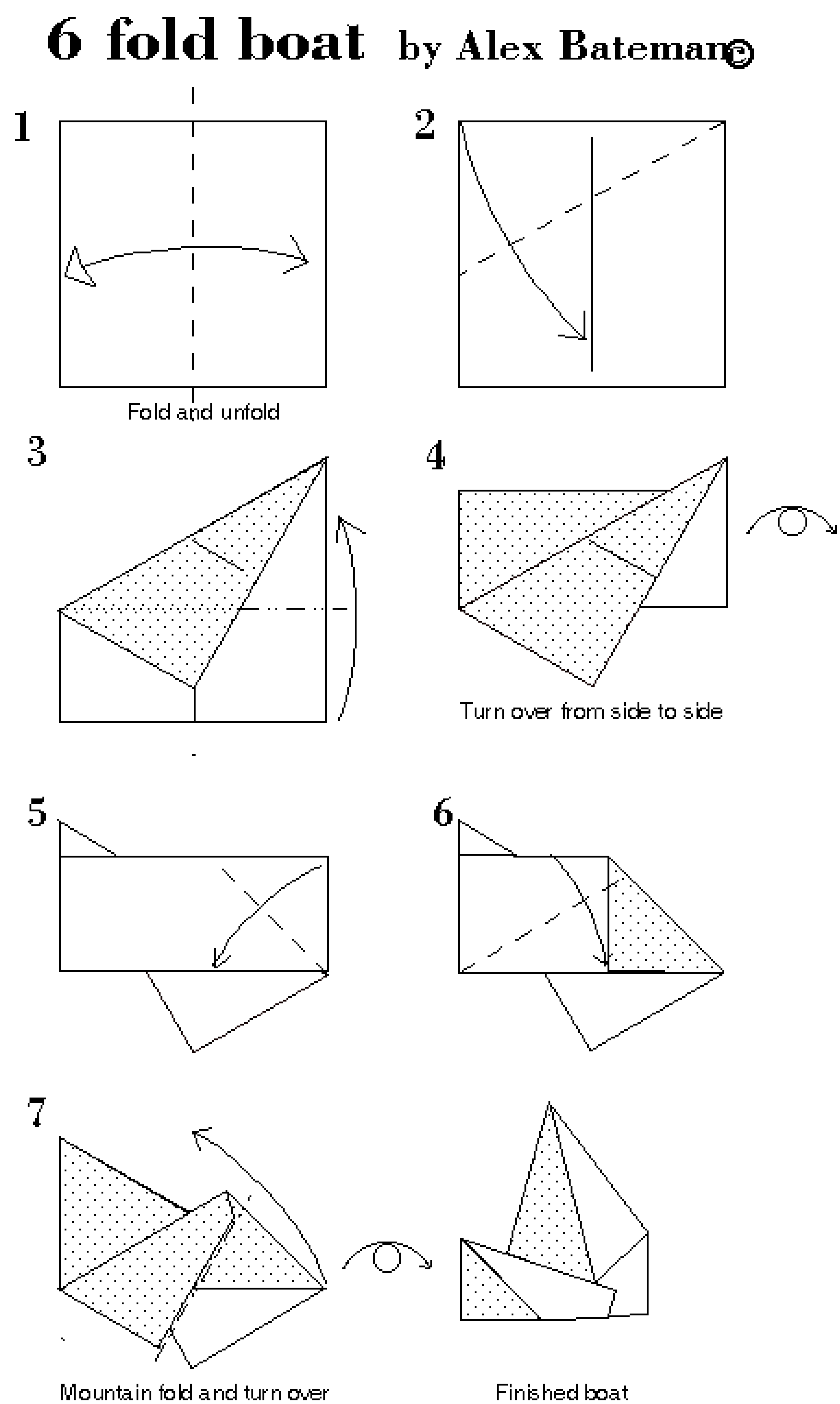
Usted integrará los diferentes tipos de pares de ángulos que acabamos de estudiar con papiroflexia (origami). Haga un barco o una ballena usando origami (papiroflexia). Recuerde empezar con una hoja de papel cuadriculado. Usted no tiene que usar papel especial para papiroflexia pero se ve mejor. Una hoja normal de papel “cuadriculada” funcionará bien.

BALLENA

Whale



BARCO PLEGADO por Alex Bateman



Ahora desdoble su figura de origami y complete la siguiente actividad para **pares** de ángulos. Recuerde imprimir su hoja de trabajo y completarla.

Geometría en movimiento – Conexiones a los términos geométricos

1. Desdoble su figura de papiroflexia.
2. Dibuje abajo la figura desdoblada mostrando los plieges hechos.
3. Número de ángulos que se han necesitado para identificar los pares de ángulos de abajo. **NO** enumere todos los ángulos.
4. Nombre 2 **pares** de ángulos de lo siguientes ejercicios:
    a. Ángulos complementarios - ___________________________________
    b. Ángulos suplementarios que NO sean adyacentes - ___________________________________
    c. Ángulos verticales - ___________________________________
    d. Par lineal - ___________________________________
    e. Ángulos congruentes formados por un ángulo bisector - ____

II. Unidad 2: Identificando transversales y ángulos

A. Unidad 2 Introducción

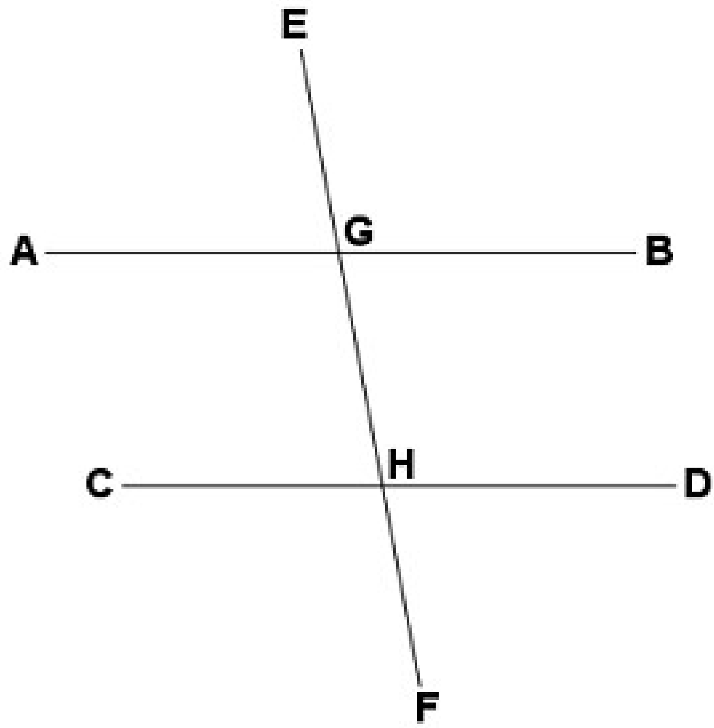
El estudiante identificará transversales y los ángulos formados para demostrar y usar teoremas relacionados con ángulos formados por líneas paralelas y transversales, determinará cuando las líneas son paralelas y resolverá problemas relacionados con la vida real.

El estudiante:

- encontrará relaciones entre ángulos tales como ángulos verticales, pares lineales, y ángulos suplementarios.
- identificará la relaciones entre puntos, líneas, y planos, tales como líneas paralelas y perpendiculares.
- encontrará la intersección de líneas, planos, y sólidos.
- conectará diagramas geométricos con representaciones algebraicas.
- integrará construcciones tales como segmentos y ángulos, y líneas paralelas.

B. Lección 1: Líneas paralelas

Lea la definición de líneas paralelas. Luego, construya dos líneas paralelas y una transversal que las intersecte. Clasifíquelas y mida sus ángulos. Necesitará una regla y un transportador para hacer esto. Su dibujo debería parecerse a este:



(Marque el dibujo tal y como se muestra para hacer la siguiente actividad ¡correctamente!)
Ahora estudie las medidas de sus ángulos y observe si ve una relación en los patrones en los números. Entonces complete estas oraciones, use los conocimientos que aprendió en el capítulo 1:

1. El ángulo EGB y el ángulo BGH forman un/a _______________________ y su ángulo mide _______________________.
2. El ángulo EGB y el ángulo GH D forman ángulos__________________________ y las medidas de sus ángulos son de ______________________.
3. El ángulo BGH y el ángulo GH D forman ángulos__________________________ y las medidas de sus ángulos son de ______________________.
4. El ángulo BGH y el ángulo DHF forman ángulos__________________________ y las medidas de sus ángulos son de ______________________.
5. El ángulo GHD y el ángulo DHF forman ángulos__________________________ y las medidas de sus ángulos son de ______________________.
6. Nombre otro **par** de ángulos que sea del mismo tipo que los ángulos de la pregunta 2.
   _______________________ y _______________________
   ¿Cuáles cree que sean sus medidas?
7. Nombre otro par de ángulos que sea del mismo tipo que los ángulos de la pregunta 3.

_______________________ y _______________________
¿Cuáles cree que sean sus medidas?

C. Lección 2: Ángulos transversales

A continuación, Usted va a usar GSP para completar una actividad en la cual construirá lineas paralelas usted mismo, medirá ángulos, moverá puntos, y explicará con palabras cuáles son las relaciones entre varios tipos de ángulos. Si usted puede imprimir desde GSP, por favor imprima sus dibujos para esta actividad. Si usted está trabajando con la versión de demostración entonces anote sus dibujos en un papel. Esto es parecido a la primera lección pero esta vez usted está usando Sketchpad (GSP) y haciendo más observaciones.

Pares de ángulos transversales

Procedimiento:

1. Seleccione la herramienta **Line** y construya una línea AB.
2. Seleccione la herramienta **Point** y construya un punto C que no esté en su línea.
3. Seleccione la herramienta **Arrow** y entonces resalte ambas, la línea AB y el punto C.
4. Seleccione Construct, luego Parallel Line.
5. Usted deberá ver una línea a través del punto C, que es paralela a la línea AB.
6. Seleccione la herramienta **Point** y construya un punto D en la línea AB entre el punto A y el punto B.
7. Seleccione la herramienta Arrow, resalte ambos punto C y punto D, después seleccione Construct, luego Line.
8. Seleccione la herramienta Point y construya dos puntos, E y F, en la línea paralela a la línea AB en los lados opuestos al punto C. Coloque E a la izquierda de C y F a la derecha de C.
9. Ahora queremos medir algunos ángulos. Para medir el ángulo ADC, seleccione la herramienta Arrow, después seleccione esos tres puntos en ese orden - A, D, C – con la letra del vértice del ángulo en el medio. Una vez que los tres puntos estén resaltados, seleccione Measure, luego Angle. Anote esta medida en el espacio que se provee para ese ángulo para la transversal 1 en la tabla de abajo.
10. Ahora mida el ángulo BDC, ángulo ECD, y ángulo FCD de la misma manera y también anote esas medidas en la tabla.
11. Ahora haga clic y sujete el punto C o el punto D y muévalo a lo largo de la línea para crear una nueva construcción. La única restricción a su movimiento es que el punto D debe permanecer entre el punto A y el punto B, y que el punto C debe permanecer entre el punto E y el punto F. Sus medidas deben cambiar al cambiar de punto. Anote estas medidas nuevas para la transversal 2.
12. Continue el proceso hasta que haya completado la tabla.

Datos:	m∠ADC	m∠BDC	m∠ECD	m∠FCD
Transversal 1				
Transversal 2				
Transversal 3				
Transversal 4				
Transversal 5				
Transversal 6				
Transversal 7				
Transversal 8				
Transversal 9				
Transversal 10				
Transversal 11				
Transversal 12				
Transversal 13				
Transversal 14				
Transversal 15				

Exploración #1:

1. De acuerdo a nuestras definiciones, ¿qué tipo de par de ángulos transversales son ∠ADC y ∠FCD? __________
2. ¿Qué parece ser cierto sobre las medidas de estos dos ángulos en todos los casos? ____ _____________
3. De acuerdo a nuestras definiciones, ¿qué tipo de par de ángulos transversales son ∠BDC y ∠ECD? _________
4. ¿Qué parece ser cierto sobre las medidas de estos dos ángulos en todos los casos? ____ _____________
5. De acuerdo a nuestras definiciones, ¿qué tipo de par de ángulos transversales son ∠ADC y ∠ECD? __________
6. Para la transversal 1, ¿Cuál es la suma de esos dos ángulos? ________________________
7. ¿Es está suma verdadera para las otras transversales también? ______________________
8. De acuerdo a nuestras definiciones, ¿qué tipo de par de ángulos transversales son ∠BDC and ∠FCD? __________
9. Para la transversal 1, ¿Cuál es la suma de estos dos ángulos? ________________________
10. ¿Es está suma verdadera para las otras transversales también? _______________________

Conjeturas:

1. Cuando dos líneas paralelas están cortadas por una transversal, los pares de ángulos _________________formados son ________________ .
2. Cuando dos líneas paralelas están cortadas por una transversal, los pares de ángulos _________________formados son ________________ .

Pares de ángulos transversales – La consecuencia

Procedimiento:

1. Seleccione la herramienta **Line** y construya una línea AB.
2. Seleccione la herramienta **Point** y construya un punto C que no esté en su línea.
3. Seleccione la herramienta **Arrow** y luego resalte ambas, la línea AB y el punto C.
4. Seleccione Construct, después Parallel Line.
5. Usted deberá ver una línea a través del punto C, que es paralela a la línea AB.
6. Seleccione la herramienta **Point** y construya un punto D en la línea AB entre el punto A y el punto B.
7. Seleccione la herramienta **Arrow**, resalte ambos punto C y punto D, después seleccione Construct, luego Line.
8. Seleccione la herramienta **Point** y construya dos puntos, E y F, en la línea paralela a la línea AB en los lados opuestos al punto C. Coloque E a la izquierda de C y F a la derecha de C.
9. Construya un punto en la línea CD arriba de la línea EF (punto G) y un punto en la línea CD debajo de la línea AB (puntoH).
10. Ahora queremos medir algunos ángulos. Para medir el ángulo $\angle$ADH, seleccione la herramienta **Arrow**, después seleccione esos tres puntos en ese orden - A, D, H – con la letra del vértice del ángulo en el medio. Una vez que los tres puntos están resaltados, seleccione Measure, luego Angle. Anote esta medida en el espacio que se provee para ese ángulo para la transversal 1 en la tabla de abajo.
11. Ahora mida el ángulo: $\angle$BDH, $\angle$ADC, $\angle$BDC, $\angle$ECD, $\angle$FCD, $\angle$ECG, and $\angle$FCG. Anote también esas medidas en la tabla.
12. Ahor haga clic y sujete el punto C o el punto D y muévalo a lo largo de la línea para crear una nueva construcción. La única restricción a su movimiento es que el punto D debe permanecer entre el punto A y el punto B, y que el punto C debe permanecer entre el punto E y el punto F. Sus medidad deben cambiar al cambiar de punto. Anote estas medidas nuevas para la transversal 2.
13. Continue el proceso hasta que haya completado la tabla.

Datos:	m$\angle$ ADH	m$\angle$ BDH	m$\angle$ ADC	m$\angle$ BDC	m$\angle$ ECD	m$\angle$ FCD	m$\angle$ ECG	m$\angle$ FCG
Transversal								
Transversal								
Transversal								
Transversal								

Transversal								
Transversal								
Transversal								
Transversal								
Transversal								
Transversal								
Transversal								
Transversal								
Transversal								
Transversal								
Transversal								

Exploración #2:

1. De acuerdo a nuestras definiciones, ¿qué tipo de par de ángulos transversales son los siguientes pares de ángulos?:

¿$\angle$ ADH y $\angle$ ECD? ___________________________

¿$\angle$ BDH y $\angle$ FCD? ___________________________

¿$\angle$ ADC y $\angle$ ECG? ___________________________

¿$\angle$ BDC y $\angle$ FCG? ___________________________

2. Comparando cada par de ángulos para cada transversal, ¿Qué parece ser cierto para las medidas de cada par?

____

Conjetura:

Cuando dos líneas paralelas están cortadas por una transversal, los pares de ángulos ________________formados son _______________ .

D. Lección 3: Ángulos usados en líneas paralelas.

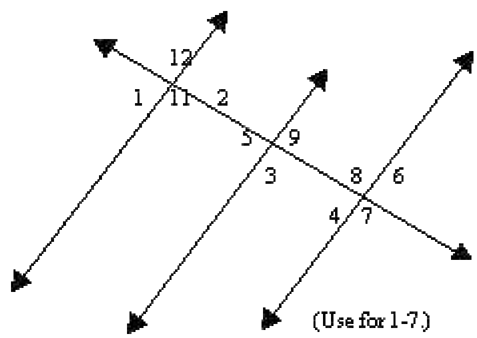
Lea las definiciones de líneas paralelas, ángulos internos en el mismo lado, ángulos externos alternos, ángulos internos alternos, ángulos correspondientes, ángulos verticales, pares lineales, congruentes y suplementarios.
Reglas que debe saber:

- Si dos líneas paralelas están cortadas por una transversal, entonces los ángulos exteriores alternos son congruentes.
- Si dos líneas paralelas están cortadas por una transversal, entonces los ángulos internos alternos son congruentes.
- Si dos líneas paralelas están cortadas por una transversal, entonces los ángulos internos en el mismo lado son suplementarios.
- Si dos líneas paralelas están cortadas por una transversal, entonces los ángulos correspondientes tienen la misma medida.
- Si dos líneas coplanares están cortadas por una transversal y los ángulos correspondientes tienen la misma medida, entonces las líneas son paralelas.

Ahora complete estas preguntas:

Identifique los pares de ángulos.

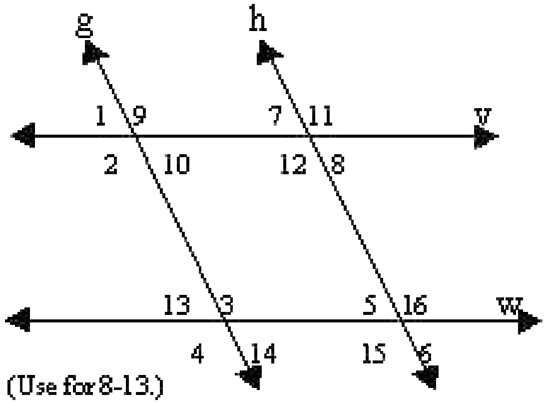
1. $\angle 9$ y $\angle 8$ ______________
2. $\angle 12$ y $\angle 3$ ____________
3. $\angle 11$ y $\angle 8$ _____________
4. $\angle 11$ y $\angle 7$ _____________
5. $\angle 9$ y $\angle 5$ ______________
6. $\angle 1$ y $\angle 11$ _____________
7. $\angle 3$ y $\angle 4$ ______________



(Use for 1-7.)

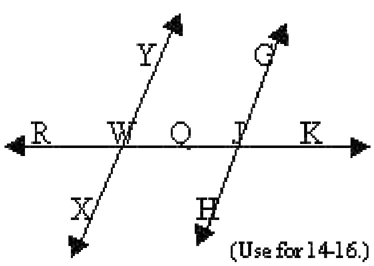
Diga qué líneas son paralelas y por qué.

8. $\angle 1 \cong \angle 14$ __________, _________________________
9. $m\angle 9 = 120^{o}$,
   $m\angle 11 = 120^{o}$ ___________, _____________________
10. $m\angle 8 = 50^{o}$,
    $m\angle 6 = 130^{o}$ __________, _____________________
11. $m\angle 12 = m\angle 15$ _________, _____________________
12. $\angle 7 \cong \angle 1$ _________, __________________________
13. $m\angle 3 = 132^{o}$,
    $m\angle 2 = 132^{o}$ __________, _____________________



Dadas: La línea XY || la línea GH.

14. Si m∠YWQ = 53º, encuentre m∠XWQ, m∠GJK, m∠QJH, y m∠RWY.
    ______, _______, _______, _________
15. * Si m∠YWQ = 4x . 10 y m∠GJK= 2x + 36, encuentre m∠YWQ y m∠QJH.
    ________, _________
16. * Si m∠XWQ = 5x y m∠QJH = x + 24, encuentre m∠YWQ & m∠QJG.
    ________, _________ (Use para 14-16.)

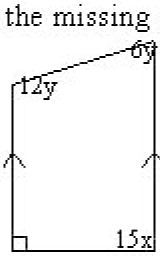


* Muestre su trabajo.

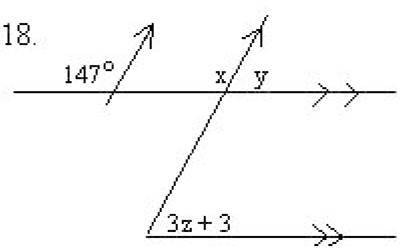
Encuentre los valores de las variables que faltan. Las flechas en las líneas significan que las lineas son paralelas.

Find the missing variables' values. The arrows on the lines mean parallel.

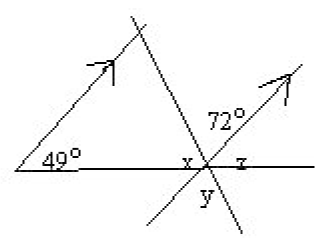
*17.



*18.



19.



x = __________
y = __________

x = ___________
y = ___________
z = ___________

x = ___________
y = ___________
z = ___________

*Show work.

*Muestre su trabajo

Complete.

20. Exponga un ejemplo práctico de “la vida real” de líneas o segmentos oblicuos.
____
21. Exponga un ejemplo práctico de “la vida real” de líneas o segmentos paralelos esenciales.
____
22. ¿En qué se parecen las líneas paralelas a las líneas oblicuas?
____
¿Qué es diferente?
____

E. Lección 4: Pendientes de líneas perpendiculars y paralelas

Lea las definiciones de líneas paralelas, líneas perpendiculares, pendiente, recíproco, y recíproco inverso.
Cosas que debe saber sobre líneas paralelas y líneas perpendiculares:

- Dos líneas no-verticales son paralelas si y sólo si tienen la misma pendiente.
- Líneas que son paralelas tienen la misma pendiente.
- Líneas que son perpendiculares tienen pendientes que son recíprocas inversas.

Ejemplo: Si la línea *l* tiene una pendiente de 10, ¿cuál es la pendiente de la línea *x* si son perpendiculares?
Como las líneas son perpendiculares, necesitamos encontrar el recíproco inverso de la pendiente de la línea *l*. La línea *l* tiene una pendiente de 10. El recíproco de 10 es $\frac{1}{10}$ y el inverso (opuesto) de $\frac{1}{10}$ es $-\frac{1}{10}$. Por lo tanto, la pendiente de la línea *x* es $-\frac{1}{10}$.

Termine esta lección respondiendo a estas preguntas.
Dados cada par de pendientes de las líneas, diga si las líneas son paralelas, perpendiculares, o ninguna de las dos cosas.

1. 2, 2
2. -2, -1/2
3. -5/6, 6/5
4. -7, 1/7

Diga si los pares de líneas determinadas por cada grupo de puntos son paralelos, perpendiculares, o ninguna de las dos cosas. Recuerde encontrar primero la pendiente para cada línea. El encontrar la pendiente de una línea es un concepto de Algebra I que usted ya debería saber. Si se le ha olvidado cómo calcular la pendiente, entonces vaya al curso de Algebra I y repase cómo calcular la pendientes de una línea dados dos puntos.

5. Línea AB y línea CD: A (1, 2); B (2, 3) y C (8, -1); D (7, -2).
6. Línea EF y línea GH: E (3, 8); F (-2, -9) y G (-2, 0); H (9, -5).
7. Línea ST y línea XY: S (-5, -2); T (-4, 1) y X (7, 6); Y (8, 3).

III. Unidad 3: Triángulos

A. Unidad 3 Introducción

El estudiante investigará tipos de relaciones de los triángulos usando las propiedades que se refieren a los segmentos y a los ángulos de triángulos incluyendo desigualdades, bisectrices perpendiculares, alturas, y medianas, determinará las medidas que faltan usando diagramas y aplicando apropiadamente teoremas/corolarios para triángulos equiláteros, isósceles, escalenos y las propiedades de ángulos internos/externos para resolver problemas.

El estudiante:

- conectará diagramas geométricos con expresiones algebraicas.
- integrará construcciones tales como bisectrices de un segmento, perpendiculares, y polígonos.
- describirá, dibujará, y construirá figuras de dos dimensiones.
- usará las relaciones entre ángulo y lado tales como desigualdades de triángulos, propiedades de triángulos isósceles y equiláteros, altura, y mediana.

B. Lección 1: Ángulos en triángulos

Lea las definiciones para ángulo agudo, ángulo obtuso, ángulo recto, triángulo agudo, triángulo rectángulo, y triángulo obtuso.

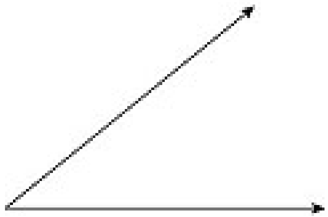
Usted va a crear ahora una collección de los diferentes tipos de triángulos que hay en su mundo. Necesitará al menos tres fotos para cada uno de estos triángulos: triángulo agudo, triángulo rectángulo, y triángulo obtuso. Estas fotos pueden venir de Internet, revistas o de sus propias fotografías. Después de que usted haya localizado las fotos, muéstrelas en un cartel, con el nombre apropiado.

C. Lección 2: Midiendo ángulos

Esta lección repasará cómo medir ángulos con un transportador. Para medir un ángulo con un transportador, necesitará colocar la línea de medir con el centro, normalmente un hoyo, en el vértice y en una línea del ángulo. Entonces, mire las medidas del ángulo en el transportador para leer las medidas del ángulo. Tenga en cuenta que un ángulo agudo es menos de 90° y que un ángulo obtuso es mayor de 90°.

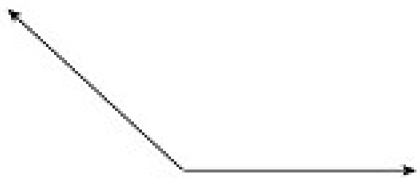
Ahora, mida los siguientes ángulos con su transportador:

1.



2.

3.



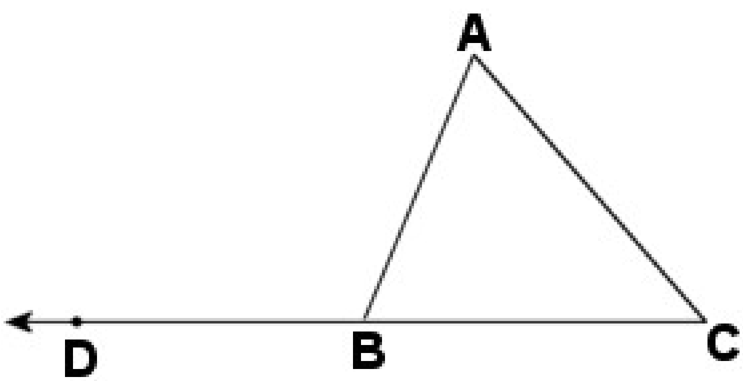
4.

5.

6.

D. Lección 3: Ángulos internos

Esta lección lo conducirá a uno de los teoremas más usados en geometría.
Teorema: La suma de los ángulos internos en cualquier triángulo es de 180°.
Ejemplos: Usando el siguiente dibujo complete los problemas.



1. $\angle ABC = 48°$, $\angle ACB = 36°$, find $\angle BAC$

   Sabemos que los ángulos internos de un triángulo equivalen a 180°. Así que,

   $\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180°$

   $48° + 36° + \angle BAC = 180°$

$84° + \angle BAC = 180°$
$\underline{-84°} \quad \underline{-84°}$
$\angle BAC = 96°$

2. $\angle ACB = 2x$, $\angle BAC = x + 10$, $\angle ABC = 3x + 8$, find x, $\angle ACB$, $\angle BAC$ and $\angle ABC$

   Sabemos que los ángulos internos de un triángulo equivalen a 180°. Así que,

   $\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180$
   $2x + (x + 10) + (3x + 8) = 180$ (terminos combinados)
   $6x + 18 = 180$
   $\underline{-18} \quad \underline{-18}$
   $6x = 162$
   $x = 27°$
   Así que, $\angle ACB = 2x = 2(27°) = 54°$
   $\angle BAC = x + 10 = 27° + 10° = 37°$
   $\angle ABC = 3x + 8 = 3(27°) + 8° = 81° + 8° = 89°$
   y, $54° + 37° + 89° = 180°$

3. $\angle ABC = 46°$, $\angle ACB = 42°$, find $\angle BAC$ and $\angle ABD$

   Sabemos que los ángulos internos de un triángulo equivalen a 180°. Así que,

   $\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180°$

   $46° + 42° + \angle BAC = 180°$

   $88° + \angle BAC = 180°$
   $\underline{-88°} \quad \underline{-88°}$
   $\angle BAC = 92°$
   y sabemos que $\angle ABD + \angle ABC = 180°$.

   $\angle ABD + 46° = 180°$

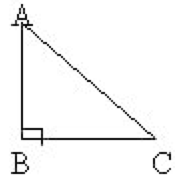
   $\underline{-46°} \quad \underline{-46°}$
   $\angle BAC = 134°$

Por último, practique este nuevo teorema, combinado con un poco de sus conocimientos de álgebra, en los siguientes problemas:
Dado: el triángulo ABC.

1. $m\angle A = 56\ ½°$, $m\angle B = 29°$, $m\angle C =$ __________.
2. $m\angle A = 3x$, $m\angle B = x + 10$, $m\angle C = 2x + 14$, x= ________,
   $m\angle A =$ ___________, $m\angle B =$ ______________, $m\angle C =$ ______________.
   Encuentre las medidas de los ángulos que falten.

Solve for the missing angle measures.

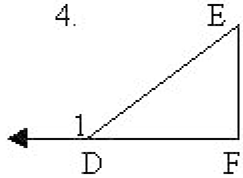
3.



$m\angle BAC = 42°$,

$m\angle BCA =$ ________

4.



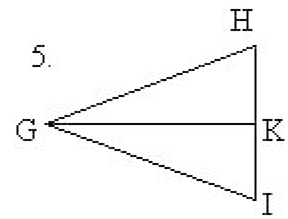
$m\angle DEF = 47°$,

$m\angle EFD = 89°$,

$m\angle EDF =$ ______,

$m\angle 1 =$ ____________

5.



$m\angle HGK = 27°$,

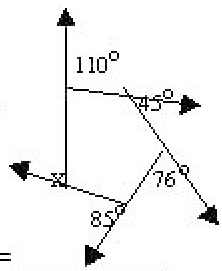
$m\angle HKG = 88°$,

$m\angle GIK = 61°$,

$m\angle GHK =$ _____

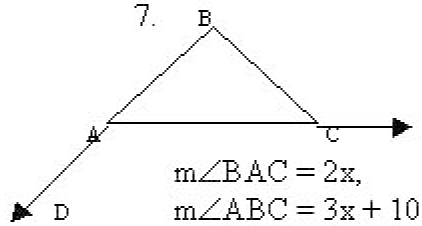
$m\angle KGI =$ ______

6.



x= __________

7.



$m\angle BAC = 2x$,

$m\angle ABC = 3x + 10$,

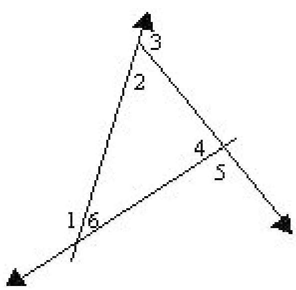
$m\angle BCA = 2x + 5$.

x = __________

$m\angle DAC =$ __________

Use el siguiente dibujo para encontrar las sumas de las medidas del ángulo indicado. Mencione una **razón** para cada uno.

8. $m\angle 2 + m\angle 4 + m\angle 6 =$ ______; _____________________
9. $m\angle 6 + m\angle 1 =$ ________; _______________________
10. $m\angle 1 + m\angle 3 + m\angle 5 =$ _________; __________________



E. Lección 4: Lados de un triángulo

Hemos visto los tipos de triángulos conforme a sus ángulos y hemos trabajado con las medidas de los ángulos de un triángulo. Ahora, vamos a explorar las relaciones que existen entre los lados de un triángulo y cómo afectan a los ángulos de un triángulo.
Reglas para triángulos equiláteros:

- Si un triángulo es equilátero, entonces es equiangular.

- Si dos ángulos de un triángulo son congruentes, entonces éstos son los ángulos base de un triángulo isósceles.
- Si un triángulo es equiangular, entonces es equilátero.

Ahora intente hacer estos problemas:
Dado que: El triángulo RST es isósceles siendo $\angle T$ el vértice del ángulo. Encuentre:

1. $m\angle R = 64^o$, $m\angle S =$ _________, $m\angle T =$ _____________.
2. $m\angle T = 64^o$, $m\angle S =$ _________, $m\angle R =$ _____________.
3. $m\angle T = x + 10$, $m\angle R = 3x + 15$, $m\angle T =$ __________, $m\angle R =$ ___________, and $m\angle S =$ __________.
4. RT = 3x - 1, TS = x + 9, RS = 2x + 1, RS = ____________.

F. Lección 5: Teorema de desigualdades en un triángulo

Hemos estado trabajando con triángulos a lo largo de esta unidad. Ahora vamos a explorar esta pregunta: ¿Puede un triángulo estar formado de tres segmentos de cualquier longitud? Su primera respuesta probablemente sea “si”. Si tiene baritas de espagueti sin cocinar en casa, vaya y tome dos baritas. Rompa la primera barita en tres pedazos con relativamente la misma longitud y vea si puede formar un triángulo. Recuerde unir los pedazos por los extremos. Debe de haber funcionado. Ahora tome la segunda barita de espagueti y rompa dos pedazos muy pequeños de un extremo. (de alrededor de una pulgada cada uno.) El pedazo más largo debería de tener de 4-5 pulgadas de largo. Ahora intente hacer un triángulo como el que acaba de hacer. ¿algún problema en esta ocasión? ¿Se parecen los pedazos de espagueti a algo como esto?

Pegue con cinta adhesiva los dos grupos de pedazos de espagueti en una hoja de papel para entregársela a su profesor.
Ahora, va a leer sobre el teorema de desigualdades en un triángulo.
Teorema de desigualdades en un triángulo: La suma de las medidas de cualquiera de los dos lados de cualquier triángulo es mayor que la medida del tercer lado. En otras palabras, usted puede elegir cualquier medida para dos lados y cuando las sume juntas la suma sera mayor que la medida del tercer lado.
Ejemplo: ¿Pueden las siguientes longitudes formar un triángulo?

1. 8, 6, 2
   $8 + 6 = 14 > 2$ está bien
   $8 + 2 = 10 > 6$ está bien
   $6 + 2 = 8$ no >8 falla
   Así que, no, no pueden formar un triángulo

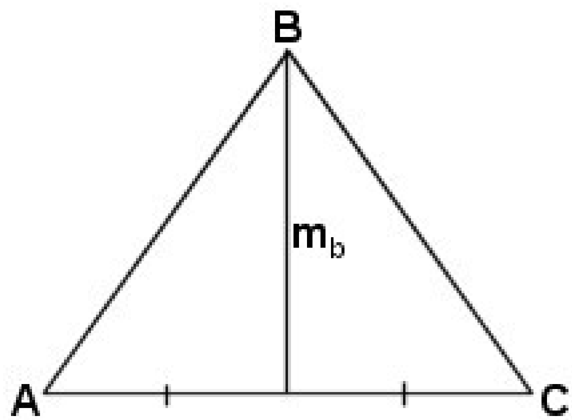
2. 3, 4, 5
   $3 + 4 = 7 > 5$ está bien
   $3 + 5 = 8 > 5$ está bien
   $4 + 5 = 9 > 3$ está bien
   Así que, si, pueden formar un triángulo

Ahora practique el teorema de desigualdades en un triángulo.
¿Puede formarse un triángulo con las siguientes longitudes? Explique cada respuesta.

1. 2", 3", 5"
2. 4 cm, 1 cm, 2 cm
3. 6', 8', 1'
4. 5 m, 5 m, 5 m
5. 2x, 3x, 4x

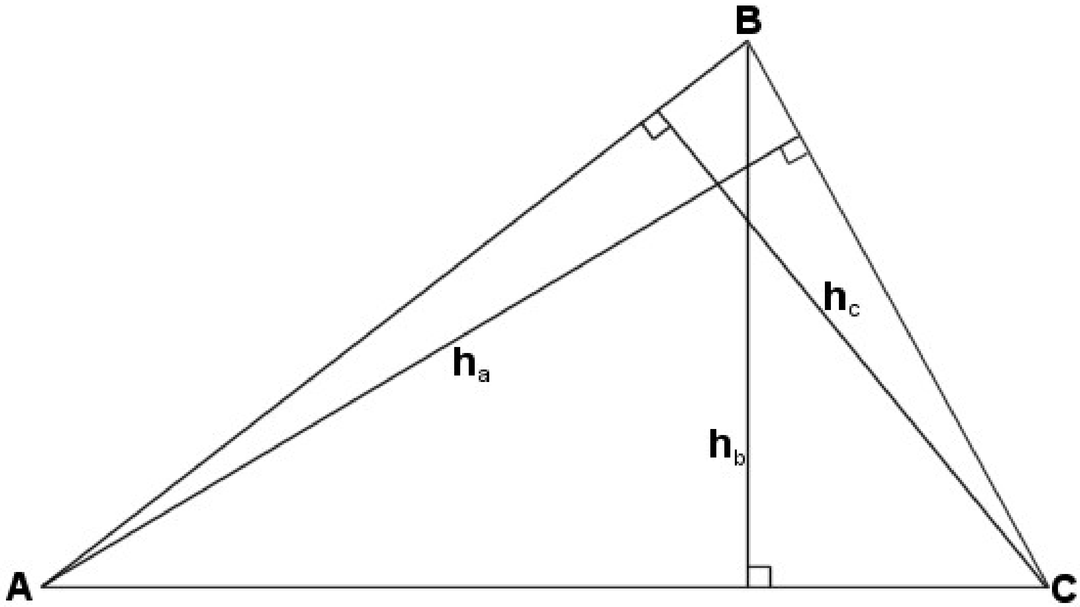
G. Lección 6: Alturas, medianas, y bisectrices

Lea las definiciones para alturas, medianas, bisectrices de ángulos y bisectrices perpendiculares de triángulos.
Dibujos de las propiedades para alturas, medianas, y bisectrices perpendiculares.
<u>Mediana</u>

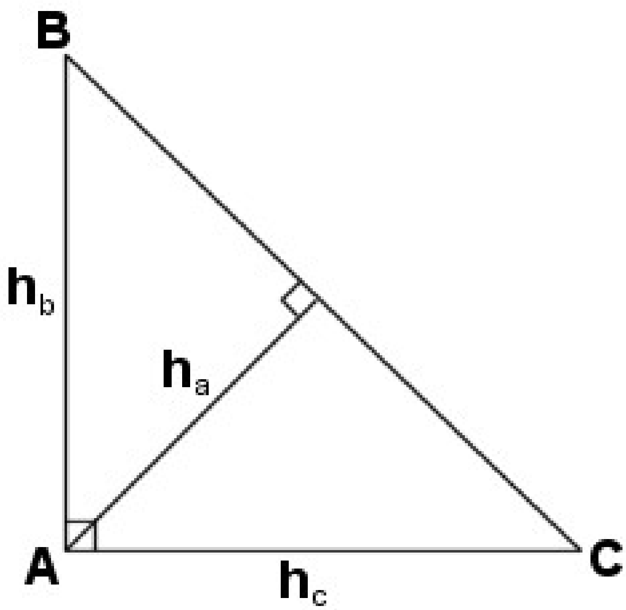


<u>Altura</u>

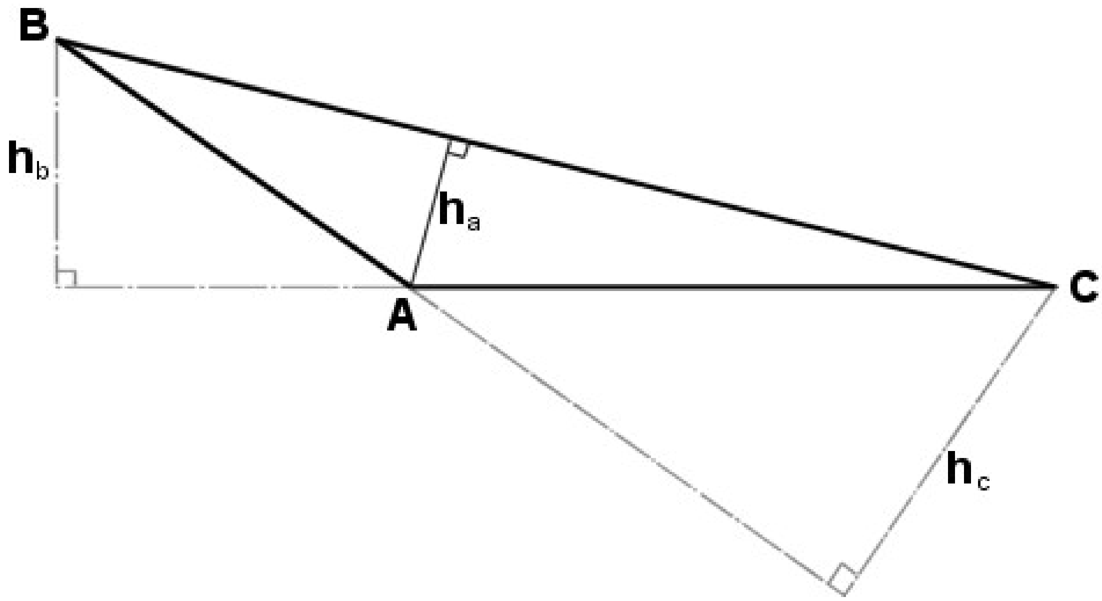
- En un triángulo agudo, todas las alturas están dentro del triángulo.



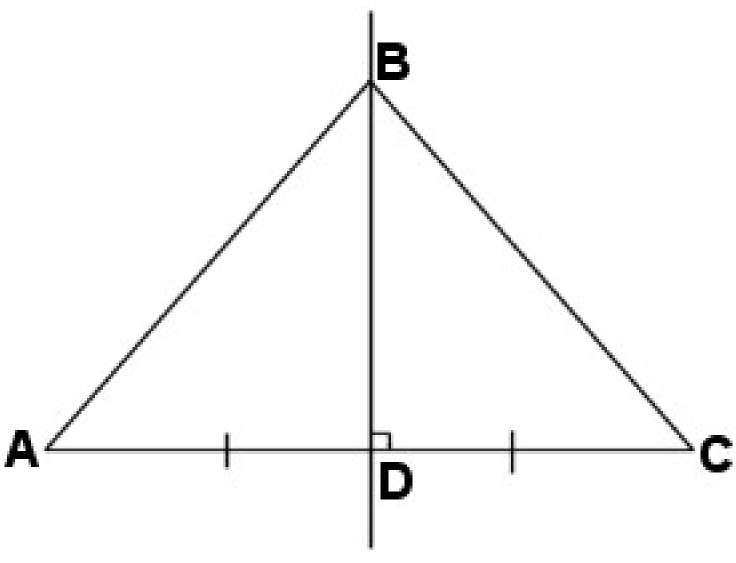
- En un triángulo rectángulo, una de las alturas está dentro del triángulo y las otras dos son los catetos del triángulo.



- En un triángulo obtuso, una de las alturas está dentro del triángulo y las otras dos fuera del triángulo.

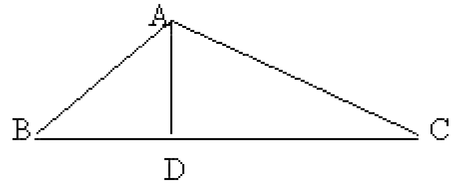


<u>Bisectriz perpendicular</u>

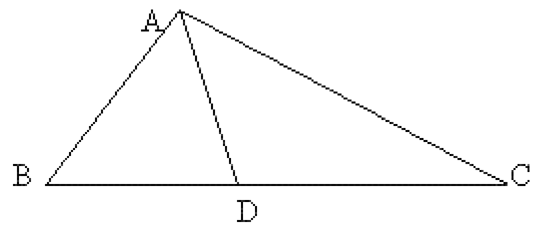


Use la información que ha aprendido y sus conocimientos de álgebra para responder a las siguientes preguntas:

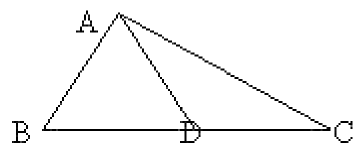
1. El segmento AD es una altura.
$m\angle ADB = 5x - 10$.
$m\angle ABD = 2x + 5$
Encuentre x, $m\angle ABD$, y $m\angle BAD$.



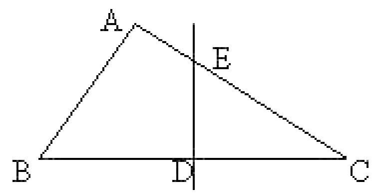
2. El segmento AD es la bisectriz de un ángulo.
m∠BAD = 3x - 5
m∠DAC = x + 29
Encuentre x, m∠BAD, y m∠BAC.



3. El segmento AD es la mediana.
BD = 5x + 2
DC = 2x + 8
Encuentre x, BD, y BC.



4. El segmento ED es una bisectriz perpendicular.
BD = 3x - 3
DC = x + 2
Encuentre x, BD, BC, y m∠EDC.



5. Escriba un párrafo para **cada uno** de los **cuatro** tipos de segmentos especiales que usted ha explorado en esta lección describiendo su respectiva ubicación en referencia al triángulo a medida que el triángulo cambie de agudo a rectángulo a obtuso.

H. Lección 7: La línea Euler

Esta última lección le tendrá explorando la muy famosa línea Euler. Estará usando algunos de los conceptos de la última lección en una actividad GSP y también usará su papel de cera. Cuando la segunda hoja de trabajo se refiera a "patty paper," (papel patty) use un pedazo cuadrado de papel de cera de aproximadamente 4 pulgadas. Después de que complete la primera actividad, asegúrese de imprimir la hoja de trabajo al completo y el dibujo de GSP (o un dibujo en papel para gráficas si usa la versión de demostración de GSP.)

ACTIVIDAD CON SKETCHPAD - LA LÍNEA EULER

Nombre: ____
PROCEDIMIENTO:

1. Seleccione la herramienta **Point y** cree tres puntos.
2. Seleccione la herramienta **Arrow** y resalte los tres puntos.
3. **Construct Segment** (construya un segmento) para formar un triángulo.
4. Mientras que los segmentos estén aún resaltados, **Construct Point at Midpoint** (construya un punto en el punto medio).
5. Individualmente, resalte cada punto medio y el segmento en el cual se encuentre, entonces **Construct Perpendicular Line** (construya una línea perpendicular). Haga esto para los tres lados del triángulo.
6. Ahora usted ha creado los tres _________________________ _______________________ de su triángulo.

7. Resalte cualquiera de estos dos ________________________ _______________________ y **Construct Point as Intersection** (construya un punto como intersección). Esté debería ser el punto G. A este punto se le llama __________________.
8. ¿Estos tres ____________________ _____________________ intersectan en el mismo punto? _______
9. Individualmente, resalte cada lado del triángulo y su respectivo vértice opuesto a ese lado, entonces **Construct Perpendicular Line** (construya la línea perpendicular). Haga esto para los tres lados del triángulo.
10. Ahora usted ha construido los tres _________________________ del triángulo.
11. Resalte cualquiera de estos dos _________________________ y **Construct Point at Intersection** (construya un punto en la intersección). Esté debería ser el punto H. A este punto se le llama el ____________________________.
12. Cambie la herramienta **Point** a la herramienta **Line**.
13. Seleccione la herramienta **Arrow**, resalte los puntos G y H, entonces **Construct Line** (construya la línea).
14. Individualmente, construya el segmento desde cada vértice al punto medio del lado opuesto. Haga esto para los tres lados del triángulo.
15. Ahora usted ha creado los tres ________________________ del triángulo.
16. Resalte cualquiera de estos dos _________________________ y **Construct Point at Intersection** (construya un punto en la intersección). Este debería ser el punto I. A este punto se le llama el ____________________________.
17. ¿Está el punto I en la línea GH? ________________

ACTIVIDAD DE LA LÍNEA EULER CON PAPELES DE CERA (PATTY PAPERS)

Procedimiento:

1. Trace los tres triángulos básicos—agudo, rectángulo, y obtuso—en papeles de cera. Los estudiantes necesitarán trazar tres de cada tipo de triángulo en tres papeles de cera por separado.
2. En un triángulo agudo construya la bisectriz perpendicular para cada lado. Para construir una bisectriz perpendicular con el papel de cera, debe doblar el papel de manera que un lado esté encima de si mismo hasta que un extremo esté encima del otro extremo. Entonces doble (pliegue) el papel a lo largo de este doblez. Marque (con un lápiz) a lo largo de cada uno de los pliegues para ver las tres bisectrices perpendiculares. Cuando las tres bisectrices perpendiculares hayan sido construidas, oscurezca el punto de intersección de estas tres líneas. Usted ha construido el circuncentro del triángulo.
3. En un Segundo triángulo agudo, construya las tres alturas del triángulo. Quizás el mejor modo para hacer esto es que deslice una tarjeta o ficha para índices a lo largo de un lado del triángulo hasta que el borde vertical se alinee con el vértice opuesto mientras que el borde horizontal esté alineado con el lado del triángulo. Trace o doble a lo largo del borde vertical de la tarjeta para construir la altura a ese lado del triángulo. Después de que las tres alturas se hayan construido,

oscurezca el punto de intersección de las tres alturas. Usted ha construido el ortocentro del triángulo.

4. En un tercer triángulo agudo construya las tres medianas del triángulo. Use el mismo procedimiento básico discutido arriba para las bisectrices perpendiculares para ubicar los puntos medios de los tres lados del triángulo. Entonces use una regla para conectar cada vértice a su punto medio opuesto. Después de que las tres medianas hayan sido construidas, oscurezca es punto de intersección de las tres medianas. Usted ha construido el centro geométrico del triángulo.
5. Ahora puede poner los tres papeles de cera uno encima del otro de manera que los tres triángulos estén alineados el uno con el otro. Puede usar una regla para ver que estos tres puntos de intersección—el circuncentro, el ortocentro, y la mediana—recaen en la misma línea—la línea Euler.

Siga el mismo procedimiento para los otros dos triángulos para demostrar que esta construcción aplica a los tres tipos de triángulos.

IV. Unidad 4: El Teorema de Pitágoras

A. Unidad 4 Introducción

El estudiante utilizará el teorema de Pitágoras, su contrario, triángulos rectángulos especiales, y las funciones trigonométricas seno, coseno, y tangente para encontrar las medidas que falten en triángulos rectángulos, determinará el tipo de triángulo según sus ángulos, y resolverá problemas.

El estudiante:

- Asociará diagramas geométricos con representaciones algebraicas.
- usará el teorema de Pitágoras y su contrario.
- usará relaciones de triángulos rectángulos tales como razones trigonométricas (45-45-90 y 30-60-90 triángulos).

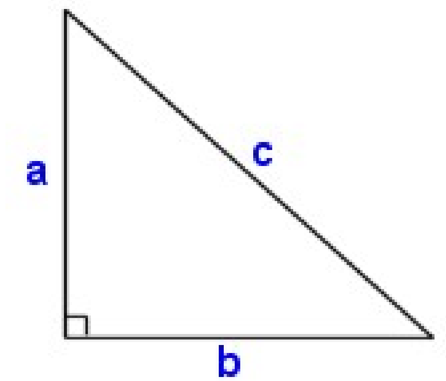
B. Lección 1: El teorema de Pitágoras

Lea las definiciones del teorema de Pitágoras y el triple de Pitágoras.

C. Lección 2: Usando el teorema de Pitágoras

Ahora, finalmente vamos a resolver problemas usando el teorema de Pitágoras.

Ejemplos: Usando el dibujo y la información dada resolveremos los siguientes problemas.



1. Dados a = 4 y b = 3, encuentre c.

$a^2 + b^2 = c^2$
$(4)^2 + (3)^2 = c^2$
$16 + 9 = c^2$
$25 = c^2$
$\sqrt{25} = \sqrt{c^2}$
$5 = c$

2. Dados a = 6 y c = 10, encuentre b.

$a^2 + b^2 = c^2$
$(6)^2 + b^2 = (10)^2$
$36 + b^2 = 100$
$\underline{-36} \qquad \underline{-36}$
$b^2 = 64$
$b = 8$

Problemas:

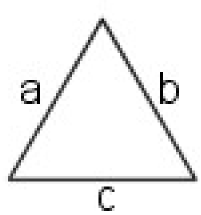
1. Dados a = 9 y b = 12, encuentre c.
2. Dados a = 5 y c = 12, encuentre b.
3. Dados b = 13 y c = 3, encuentre a.
4. Dados a = 3 y b = 9, encuentre c.

D. Lección 3: El contrario del teorema de Pitágoras

Esta lección le permitirá ver como el Contrario del teorema de Pitágoras puede utilizarse también como más práctica usando el teorema de desigualdades en un triángulo de la unidad pasada. Lea la definición del Contrario del teorema de Pitágoras.

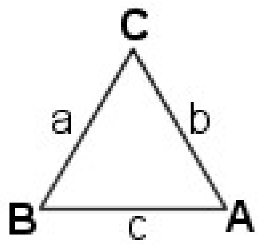
Las siguientes reglas aplican a los triángulos y al Contrario del teorema de Pitágoras.

- En cualquier triángulo

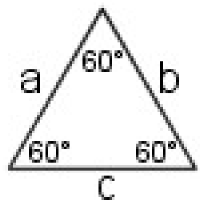


$a + b > c$
$b + c > a$
$a + c > b$

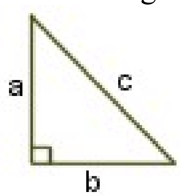
- En cualquier triángulo, $a < b$, si y sólo si $\angle A < \angle B$.



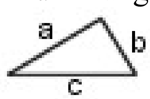
- Todos los lados de los triángulos son de igual longitud si y sólo si todos los ángulos son iguales.

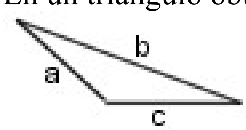
- En un triángulo rectángulo

  $c^2 = a^2 + b^2$
- En un triángulo agudo

  $c^2 < a^2 + b^2$
- En un triángulo obtuso

  $c^2 > a^2 + b^2$

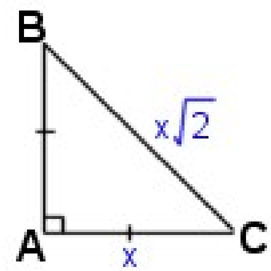
Ahora intente responder a estas preguntas.
Diga qué tipos de triángulos según sus ángulos y sus lados se podrían dar con cada conjunto de segmentos dados. Explique sus respuestas.

1. 5", 7", 10"
2. 8 cm, 8 cm, 12 cm
3. 3 m, 3 m, 4 m
4. 6', 8', 10'
5. x, x, x

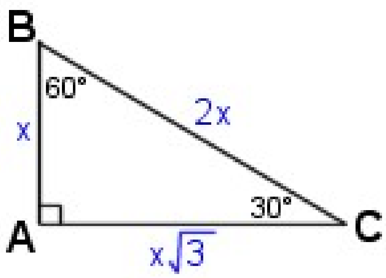
E. Lección 4: Triángulos rectángulos especiales

Ahora vamos a aprender "reglas de atajos o reglas rápidas" para algunos triángulos rectángulos especiales. Estos triángulos tendrán medidas de ángulos de 45^o, 45^o y 90^o; o medidas de 30^o, 60^o y 90^o.

En un 45^o - 45^o - 90^o △ , un triángulo isósceles, la longitud de la hipotenusa es igual a la longitud de un cateto multiplicada por $\sqrt{2}$.



En un 30^o - 60^o - 90^o △ , la longitud de la hipotenusa es dos veces la del cateto opuesto al ángulo de 30^o. La longitud del otro cateto es $\sqrt{3}$ veces la del cateto opuesto al ángulo 30^o



Ejemplos:
1. Dados un 45^o - 45^o - 90^o △ con $\angle A = 90^o$ y AB = 4cm. Encuentre AC y BC.

Sabemos que AC = AB (catetos de un triángulo). Así que, AC = 4cm.

$BC = AC(\sqrt{2}) = AB(\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$ cm

2. Dados un 30^o - 60^o - 90^o △ con $\angle B = 60^o$, $\angle C = 30^o$ y BC = 6cm. Encuentre AB y AC.

Sabemos que BC es la hipotenusa por la información dada. Así que BC = 2x = 6cm.

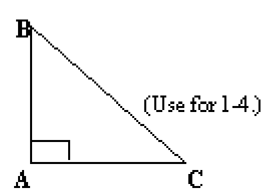
Ahora resuelva por x: $\frac{2x}{2} = \frac{6\text{cm}}{2} \Rightarrow x = 3$ cm.

Así que AB = 3cm. $AC = x(\sqrt{3}) = 3\sqrt{3}$ cm.

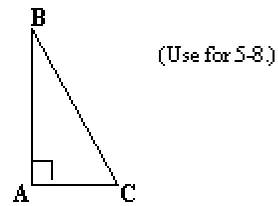
Ahora vea si puede resolver estos problemas.

Complete usando las reglas "rápidas" para los triángulos de 45^o-45^o-90^o y 30^o-60^o -90^o .
Dados: $m\angle B = m\angle C = 45^o$.

1. AC = 8", encuentre AB & BC.
2. AB = 6.3 cm, encuentre AC & BC.
3. BC = 17 m, encuentre AB & AC.
4. $BC = 2\sqrt{2}$ ft, encuentre AB & AC.



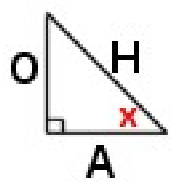
Dados: m$\angle$C = 60^o, m$\angle$B = 30^o.



5. AC = 3", encuentre AB & BC.
6. BC = 29 m, encuentre AC & AB.
7. AB = 5.3 cm, encuentre AC & BC.
8. BC = 7.9 m, encuentre AC & AB.

F. Lección 5: Trigonometría de triángulos rectángulos

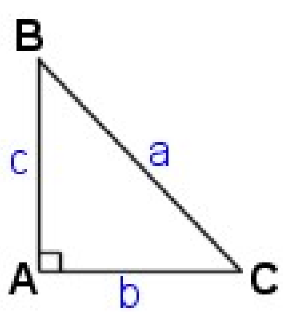
Esta lección le introducirá a la trigonometría de triángulos rectángulos. Si usted toma una clase de pre-cálculo alguna vez, aprenderá más sobre trigonometría, específicamente trigonometría circular. En geometría, sin embargo, solo trabajaremos con triángulos rectángulos. Una vez que usted aprenda las tres razones básicas de trigonometría y cómo meter la información en su calculadora científica, se dará cuenta de que la trigonometría es un concepto muy fácil de usar. Recuerde que cuando use su calculadora científica, siempre debe de estar en el modo “degree" (grado) . Hay otras unidades de medidas para ángulos tales como radián y gradiente, pero nosotros en este curso sólo mediremos los ángulos en grados. Primero lea las definiciones de seno, coseno, y tangente, luego repase las fórmulas dadas.



$$\text{seno } x = \frac{\textit{opuesto}}{\textit{hipotenusa}} = \frac{\text{O}}{\text{H}}$$

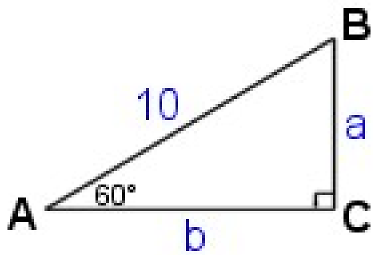
$$\text{coseno } x = \frac{\textit{adyacente}}{\textit{hipotenusa}} = \frac{\text{A}}{\text{H}}$$

$$\text{tangente } x = \frac{\textit{opuesto}}{\textit{adyacente}} = \frac{\text{O}}{\text{A}}$$



Para esta imagen, seno (C) = $\frac{c}{a}$, tangente (C) = $\frac{c}{b}$, y coseno (C) = $\frac{b}{a}$

Ejemplo:



Encuentre a y b.

$\text{sen (A)} = \frac{a}{c} = \frac{a}{10}$

$\text{sen (60)} = \frac{a}{10}$

$(\text{sen (60)})(10) = \frac{a}{10}(10)$

$(\text{sen (60)})(10) = a$

$(0.866)(10) = a$

$8.66 = a$

$\tan (A) = \frac{a}{b} = \frac{8.66}{b}$

$\tan (60) = \frac{8.66}{b}$

$(\tan (60))(b) = \frac{8.66}{b}(b)$

$(\tan (60))(b) = 8.66$

$\frac{(\tan (60))(b)}{\tan (60)} = \frac{8.66}{\tan(60)}$

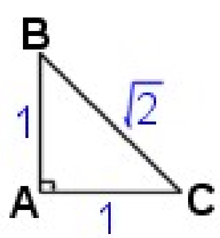
$b = 5$

Para encontrar los grados de un ángulo de referencia necesitará utilizar las siguientes teclas en su calculadora:

sen^{-1}, cuando haya encontrado el seno
$\cos^{-1}$, cuando haya encontrado el coseno
$\tan^{-1}$, t cuando haya encontrado la tangente

Ejemplos:

1.



Encuentre $\angle$C y $\angle$B.

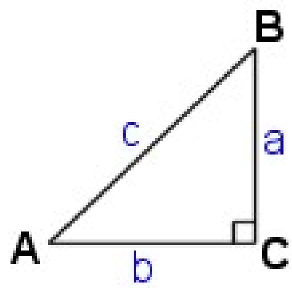
$\text{sen (C)} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$ o $\tan (C) = \frac{1}{1} = 1$ o $\cos (C) = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$

$\text{sen}^{-1} (0.707) = 45^{\circ}$ $\tan^{-1} (1) = 45^{\circ}$ $\cos^{-1} (0.707) = 45^{\circ}$

Por lo tanto, $\angle C = 45^{\circ}$ (usted sólo necesita usar cualquiera de las tres de arriba)

Como $\angle C = 45^{\circ}$ y $\angle A = 90^{\circ}$, entonces $\angle B = 45^{\circ}$.

2.



Dados a = 11.1 y c = 16.7. Encuentre ∠A y ∠B.
Para ∠A: a es el opuesto y c es la hipotenusa.
Para ∠B: a es el adyacente y c es la hipotenusa.
Así que, para ∠A use fórmulas de seno y ∠B use fórmulas de coseno.

$\text{sen (A)} = \frac{11.1}{16.7} = 0.66467$ $\qquad$ $\cos(B) = \frac{11.1}{16.7} = 0.66467$

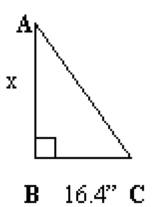
$\text{sen}^{-1}(0.66467) = 41.7^{o}$ $\qquad$ $\cos^{-1}(0.66467) = 48.3^{o}$

Así que, $\angle C = 47.1^{o}$ y $\angle B = 48.3^{o}$.

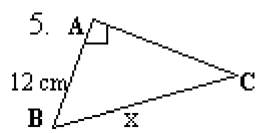
Ahora veamos si usted puede resolver los problemas por si mismo. Puede y debe usar su calculadora científica.
Escriba la razón correcta de los lados para cada uno.

1. Sen =
2. Cos =
3. Tan =

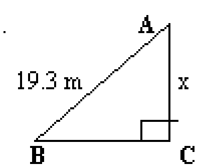
Escriba la ecuación trigonométrica y resuelva para cada una. Cada triángulo es un triángulo rectángulo.

4.


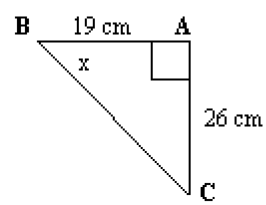
$m\angle C = 42°$

5.


$m\angle B = 39°$

6.


$m\angle B = 64°$

7.


Dados: ∠ABC con los lados a, b, y c con $m\angle C = 90^{o}$. Escriba la ecuación trigonométrica y resuélvala.

8. $m\angle A = 63^{o}$, b = 28 ft, a = _________
9. $m\angle B = 29^{o}$, a = 13.2 cm, c = _________
10. b = 12.9 cm, c = 18.7 cm, $m\angle A$ = _________^{o}; $m\angle B$ = _________^{o}

V. Unidad 5: Cuadriláteros

A. Unidad 5 Introducción

El estudiante reconocerá cuadriláteros especiales y las propiedades asociadas con cada cuadrilátero y utilizará estas propiedades y esquemas para aplicar las fórmulas del área, área de superficie, y volumen de una variedad de figuras geométricas y sólidas para calcular estas medidas.

El estudiante:

- describirá, dibujará, y construirá figuras de dos y de tres dimensiones.
- usará las propiedades de los cuadriláteros tales como la clasificación.
- usará las propiedades de otros polígonos.
- usará las relaciones entre una-, dos-, y tres-medidas dimensionales.
- usará el perímetro, la circunferencia, y el área de regiones en el plano para determinar el volumen y el área de la superficie de sólidos.
- usará las propiedades de los círculos.

B. Lección 1: Polígonos Básicos

En esta lección identificará dibujará polígonos. Lea las definiciones para cóncavo, convexo, triángulo equilátero, heptágono, hexágono, trapecio isósceles, triángulo isósceles, octágono, paralelogramo, pentágono, rectángulo, triángulo rectángulo, escaleno, y trapecio, después complete la siguiente tarea. Necesitará lápices para colorear, una regla, y un transportador para la parte de dibujos de esta lección.

Tarea:
Dibuje cada uno de los siguientes polígonos: triángulo equilátero, heptágono, hexágono, trapecio isósceles, triángulo isósceles (no-equilátero), octágono, paralelogramo (no un rectángulo o rombo), pentágono, rectángulo, triángulo rectángulo, triángulo escaleno, y trapecio (no-isósceles). También escriba un párrafo para cada gráfica explicando cómo la creó.

C. Lección 2: Cuadriláteros Especiales

Lea las definiciones para congruente, diagonal, cometa, paralelogramo, cuadrilátero, rectángulo, rombo, cuadrado, y trapecio. Ahora explorará algunos polígonos específicos y cuadriláteros especiales. (Observación: ¡No todos los cuadriláteros tienen lados paralelos o lados iguales!)

Los siguientes son cuadriláteros especiales:

Cometa (puede ser un paralelogramo porque si dos pares de lados son iguales, entonces es un rombo o si los ángulos son todos iguales entonces es un cuadrado)

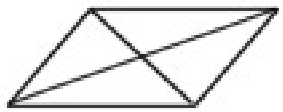
Paralelogramo

Rectángulo (también es un paralelogramo, ya que tiene dos pares de lados paralelos)

Rombo (no siempre es un rectángulo porque no tiene cuatro ángulos rectos y no siempre los cuatro lados de un rectángulo tienen que ser iguales)
Cuadrado (también es un rectángulo y un paralelogramo)
Trapecio (no es un paralelogramo porque sólo tiene un par de lados paralelos)

Los cuatro teoremas para los paralelogramos:

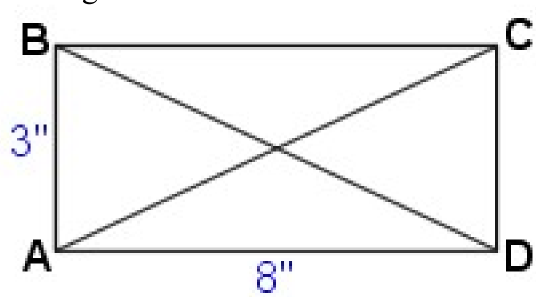
- La diagonal de cualquier paralelogramo forma dos triángulos congruentes.
- Los dos pares de lados opuestos en un paralelogramo son congruentes.
- Los dos pares de ángulos opuestos en un paralelogramo son congruentes.
- Las diagonales de cualquier paralelogramo bisecan la una a la otra.

Ejemplo. 

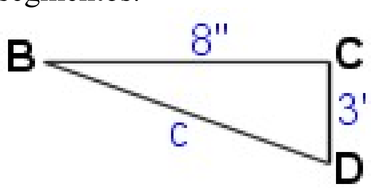
Tres teoremas para mostrar que un cuadrilátero es un paralelogramo

- Si los dos pares de lados opuestos de un cuadrilátero son congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
- Si las diagonales de un cuadrilátero se bisectan la una a la otra, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
- Si un par de los lados opuestos de un cuadrilátero son ambos, paralelos y congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

Ejemplo:
Rectángulo:



Encuentre $\angle$ABC, CD, BC, BD, y AC.
Dado que es la imagen es un rectángulo, $\angle$ABC = 90°, CD = AB = 3”, y BC = AD = 8”.
Ahora, encuentre BD y AC. Sabemos que BD = AC por la definición de un rectángulo, así que resuelva por sólo un segmento y usted encontrará la longitud de los dos segmentos.



Use el teorema de Pitágoras para encontrar BD, también llamado c.
$a^2 + b^2 = c^2$

$(8)^2 + (3)^2 = c^2$
$64 + 9 = c^2$
$73 = c^2$
$\sqrt{73} = \sqrt{c^2}$
$\sqrt{73} = c$

Ahora vamos a practicar resolviendo algunos problemas aplicando las propiedades de los cuadriláteros especiales.
Encuentre cada longitud indicada o la medida del ángulo.

1. Rombo

BH=__________

Si la intersección de segmentos AH & GB es el punto Q encuentre:

Si AH=8cm, entonces

2. Cuadrado

MN=________

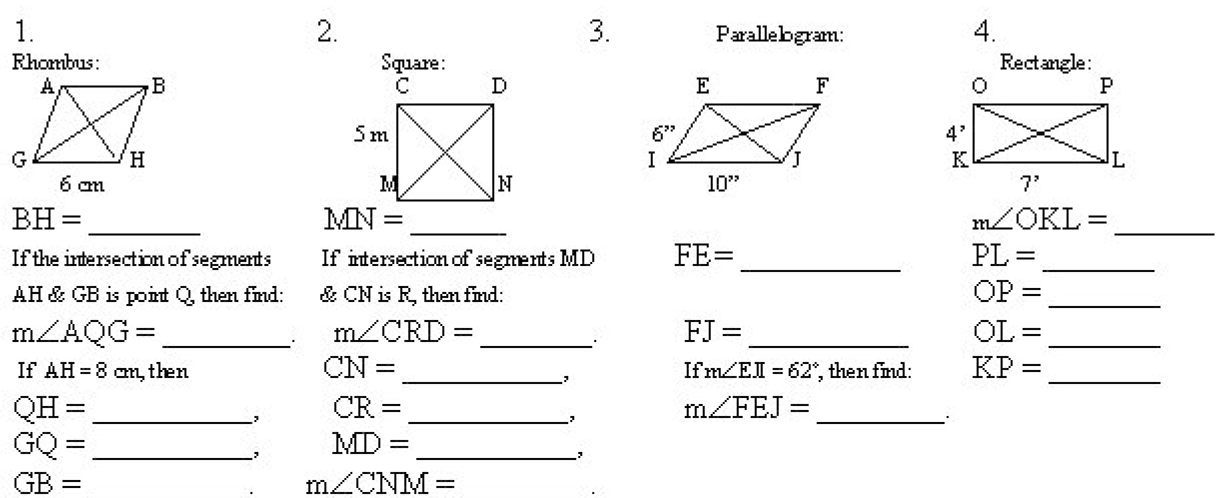
Si la intersección de segmentos MD & CN es R encuentre:

3. Paralelogramo

FE=_________

4. Rectángulo

PL=_____

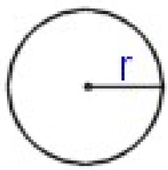


D. Lección 3: Calculando el área

Usted necesita refrescar su memoria sobre cómo calcular el área de figuras de dos dimensiones para que le ayude a encontrar la superficie del área de figuras de tres dimensiones en la próxima lección. La mayoría de los estudiantes habran estudiado el perímetro de figuras de dos dimensiones por lo general en el séptimo y/u octavo grado. De eso hace ya bastante tiempo, ¿cierto?. Así que vamos a repasar. Empezaremos leyendo las definiciones de área y perímetro. Luego repase las siguientes fórmulas.

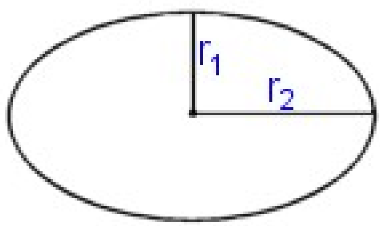
Las fórmulas del área y del perímetro que necesita:

Círculo:



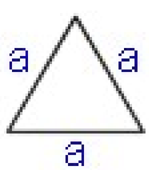
Área = πr^2 Perímetro = $2\pi r$

Elipse:



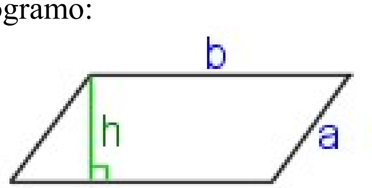
Área = $\pi r_1 r_2$ Perímetro = $2\pi\sqrt{\dfrac{(r_1)^2+(r_2)^2}{2}}$

Triángulo equilátero:



Área = $\dfrac{\sqrt{3}}{4}(a^2)$ Perímetro = 3a

Paralelogramo:

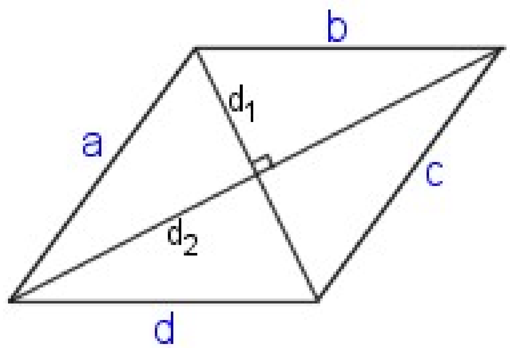


Área = bh Perímetro = 2a + 2b

Rectángulo:

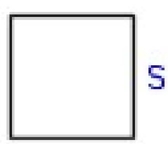
Área = ab Perímetro = 2a + 2b

Rombo:



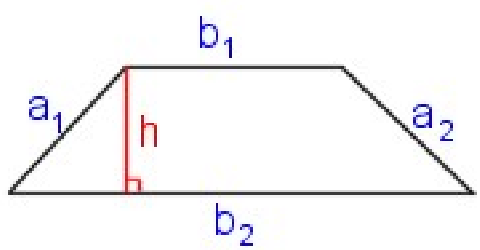
Área = $\frac{1}{2}d_1d_2$ Perímetro = a + b + c + d

Cuadrado:



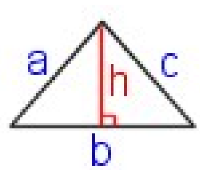
Área = s^2 Perímetro = 4s

Trapecio:



Área = $\frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$ Perímetro = $a_1 + b_1 + a_2 + b_2$

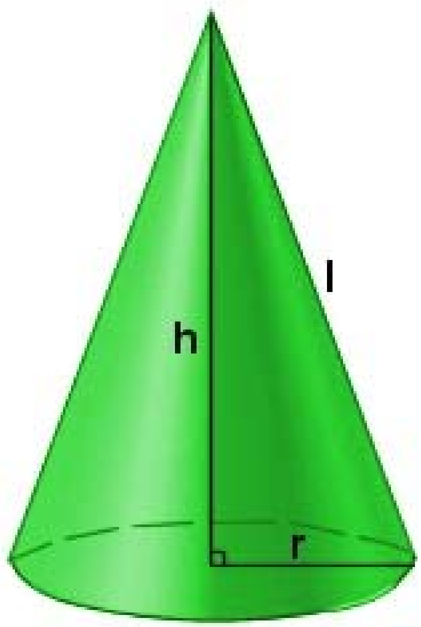
Triángulo:



Área = $\frac{1}{2}bh$ Perímetro = a + b + c

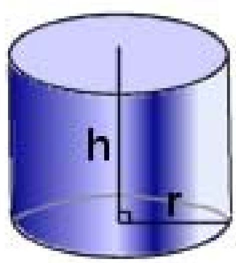
Para sólidos, o figuras de tres dimensiones (3-D), use las siguientes fórmulas para encontrar el área total (T) y el volumen (V).

Cono:



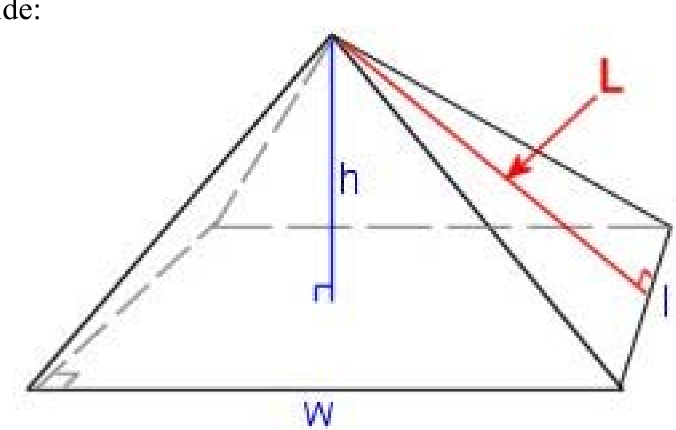
$T = \pi rl + \pi r^2$ $\qquad$ $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Cilindro:



$T = 2\pi rh + 2\pi r^2$ $\qquad$ $V = \pi r^2 h$

Pirámide:

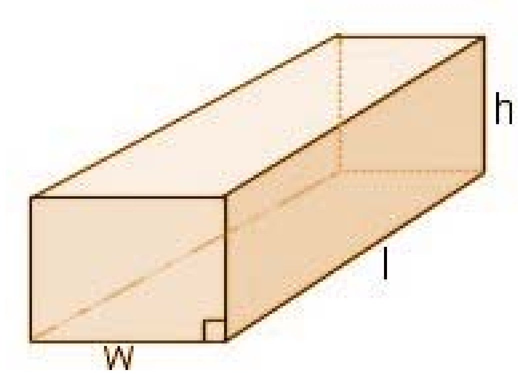


$T = \frac{1}{2}PL$ $V = \frac{1}{3}Bh$

Donde, B es el area de la base y P es el perímetro.

Para T estamos usando una pirámide regular la cual tiene una base que es un polígono regular y con caras laterales que son todas triángulos isósceles congruentes.

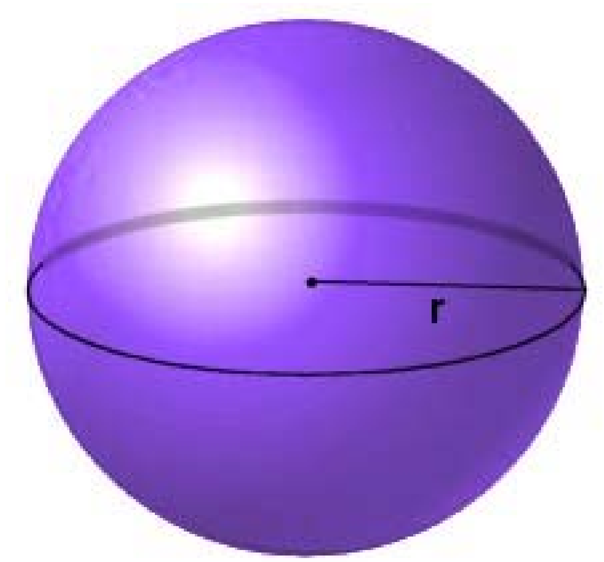
Prisma rectangular:



$T = 2B + Ph$ $V = Bh$

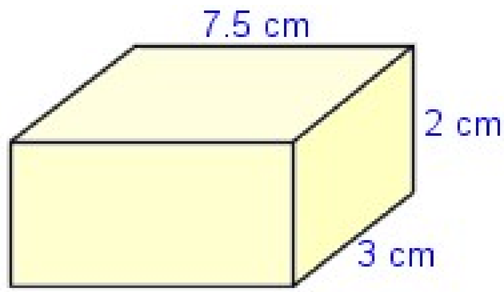
donde, $B = lw$ y $P = 2l + 2w$

Esfera:



$T = 4\pi r^2$ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Ejemplo:



Encuentre el volumen.

V = lwh

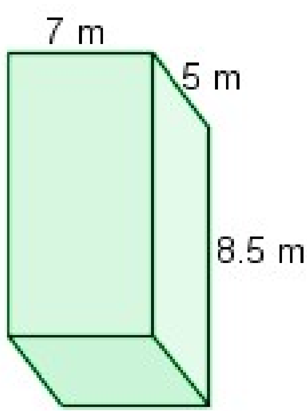
V = (7.5 cm)(3 cm)(2cm) = 45 cm^3

Tarea:

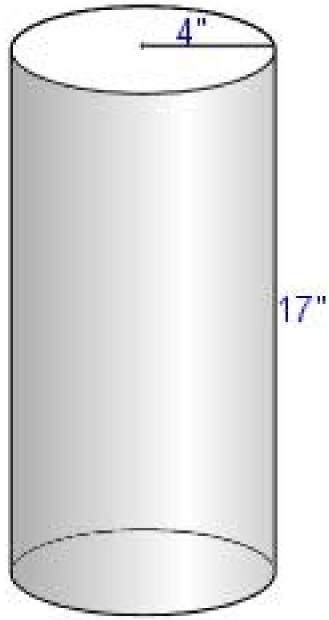
Encuentre el área y el perímetro a partir de la información dada.

1. El lado de un cuadrado es 2”.
2. La longitud de un rectángulo es de 4 cm y el ancho es de 3 cm.
3. La base de un triángulo es de 6”, su altura es de 4”, y los dos catetos son de 5”.
4. Un círculo tiene un diámetro de 5 cm.

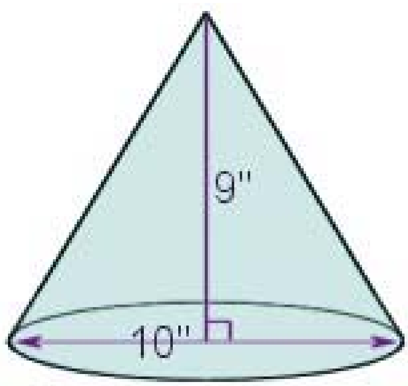
Encuentre el volumen para cada sólido.

1. 

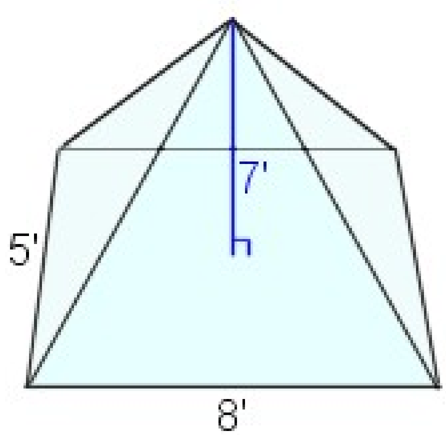
2.



3.



4.



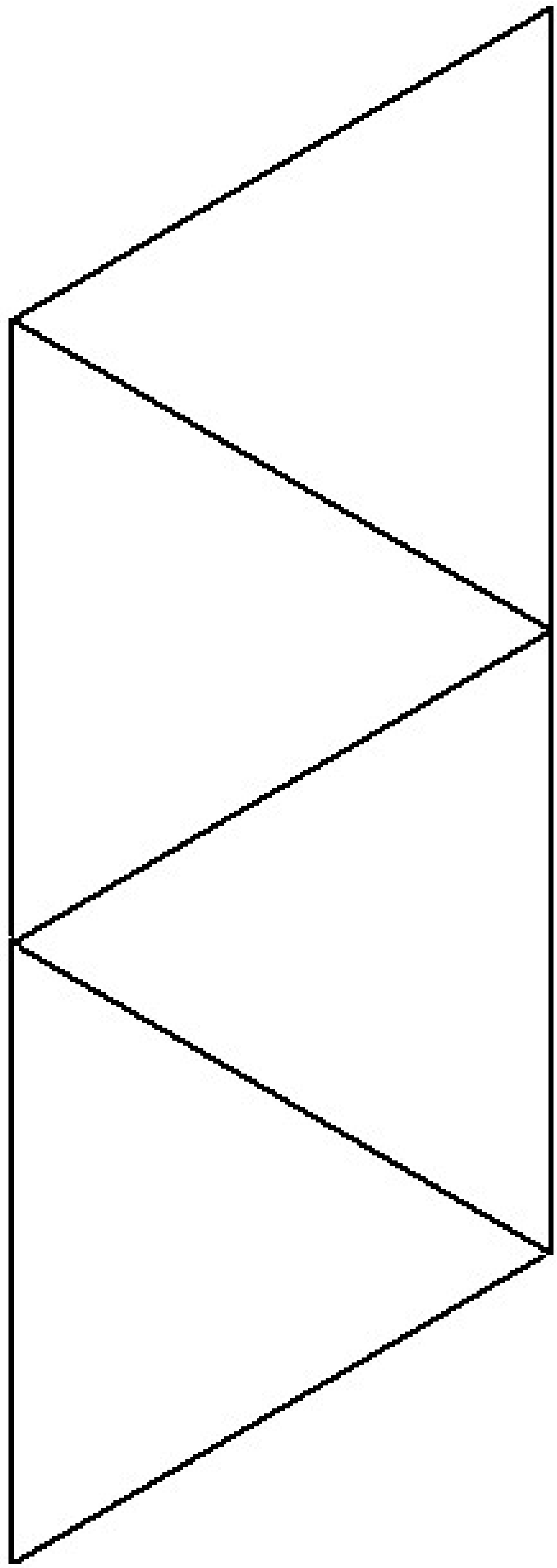
5.

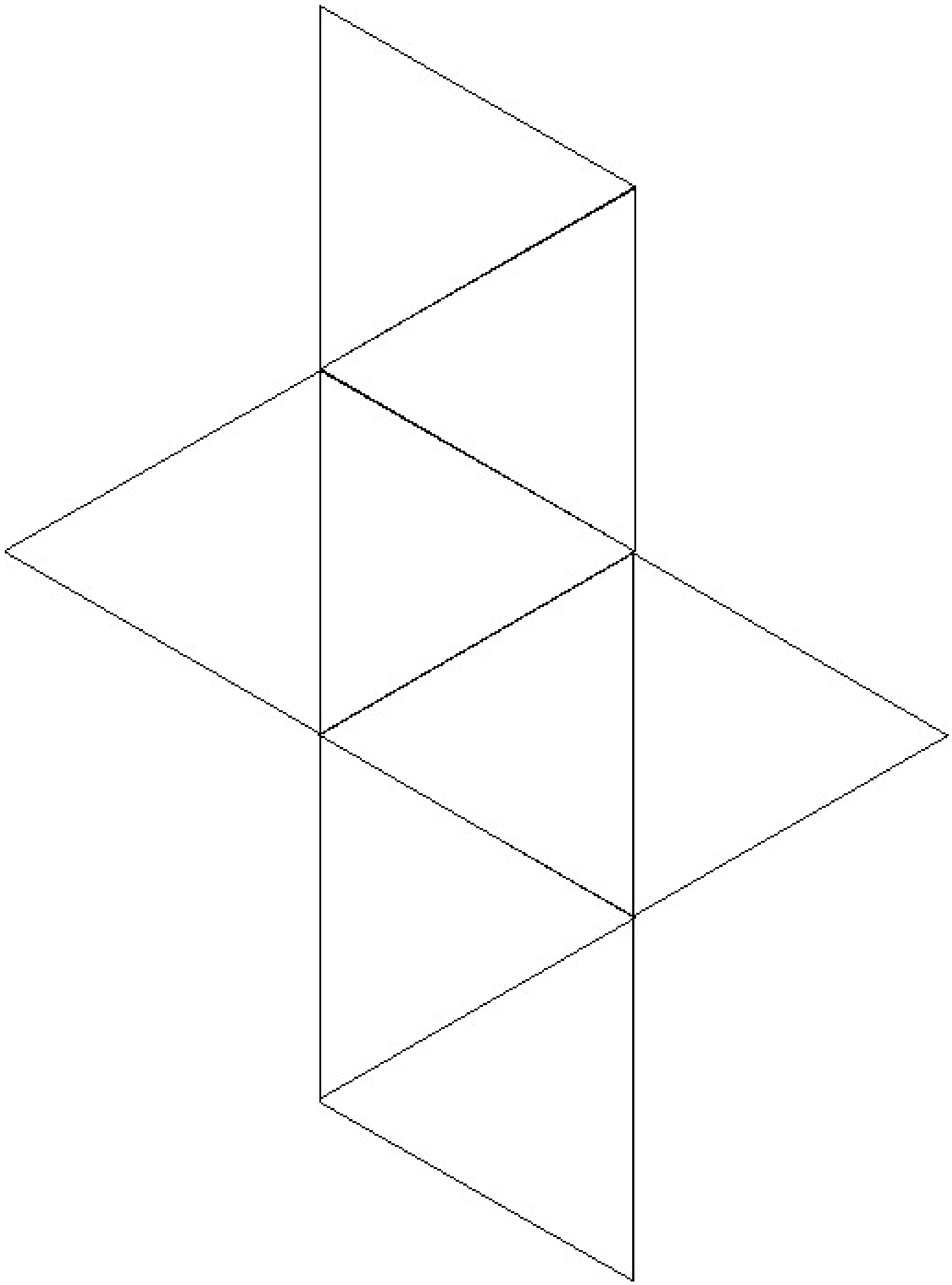
E. Lección 4: Figuras de Tres Dimensiones/Poliedros

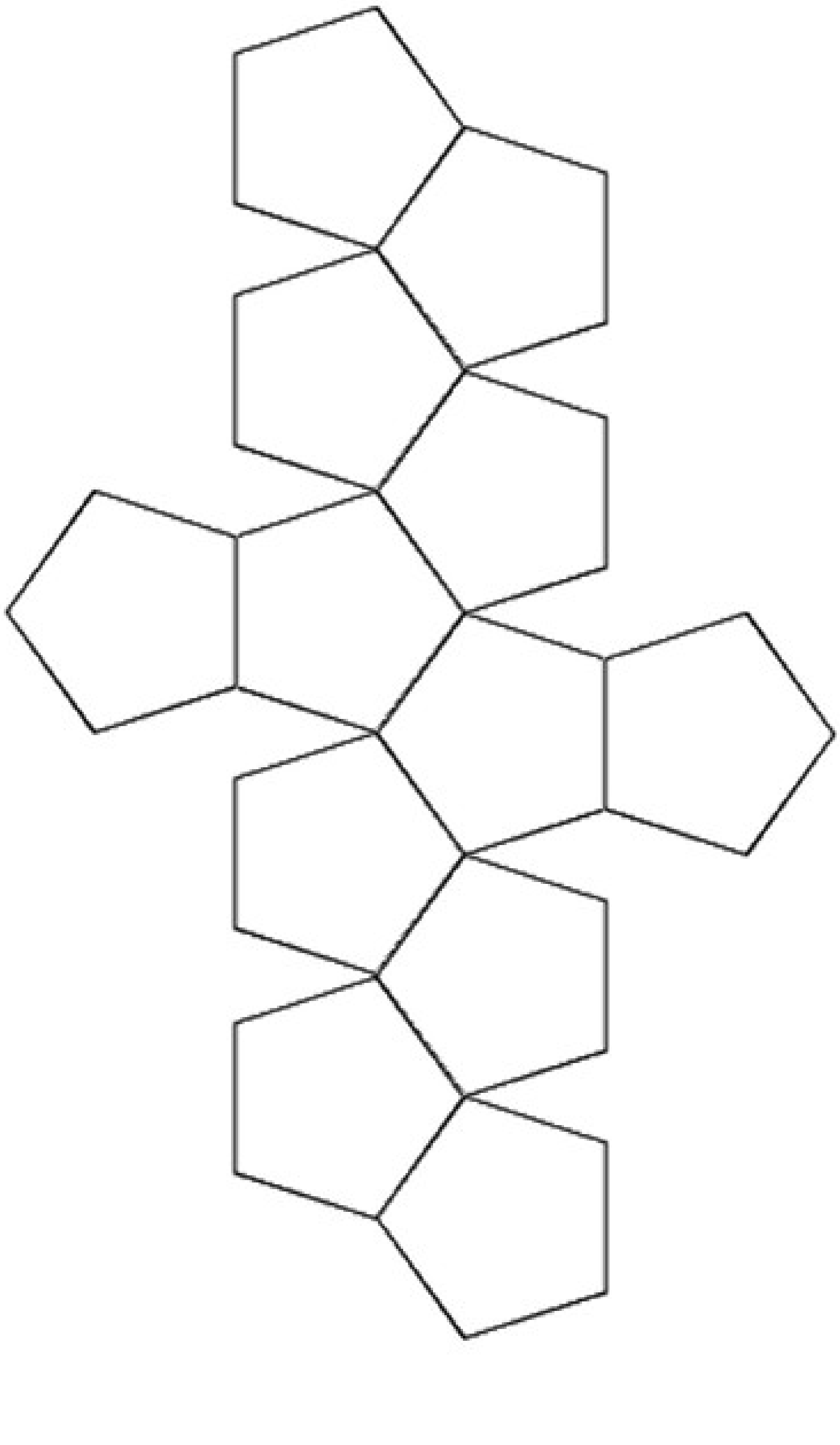
Ahora vamos a cambiar a los poliedros. Empiece leyendo las definiciones de cubo, dodecaedro, icosaedro, octaedro, poliedro, tetraedro, vértices y aristas.

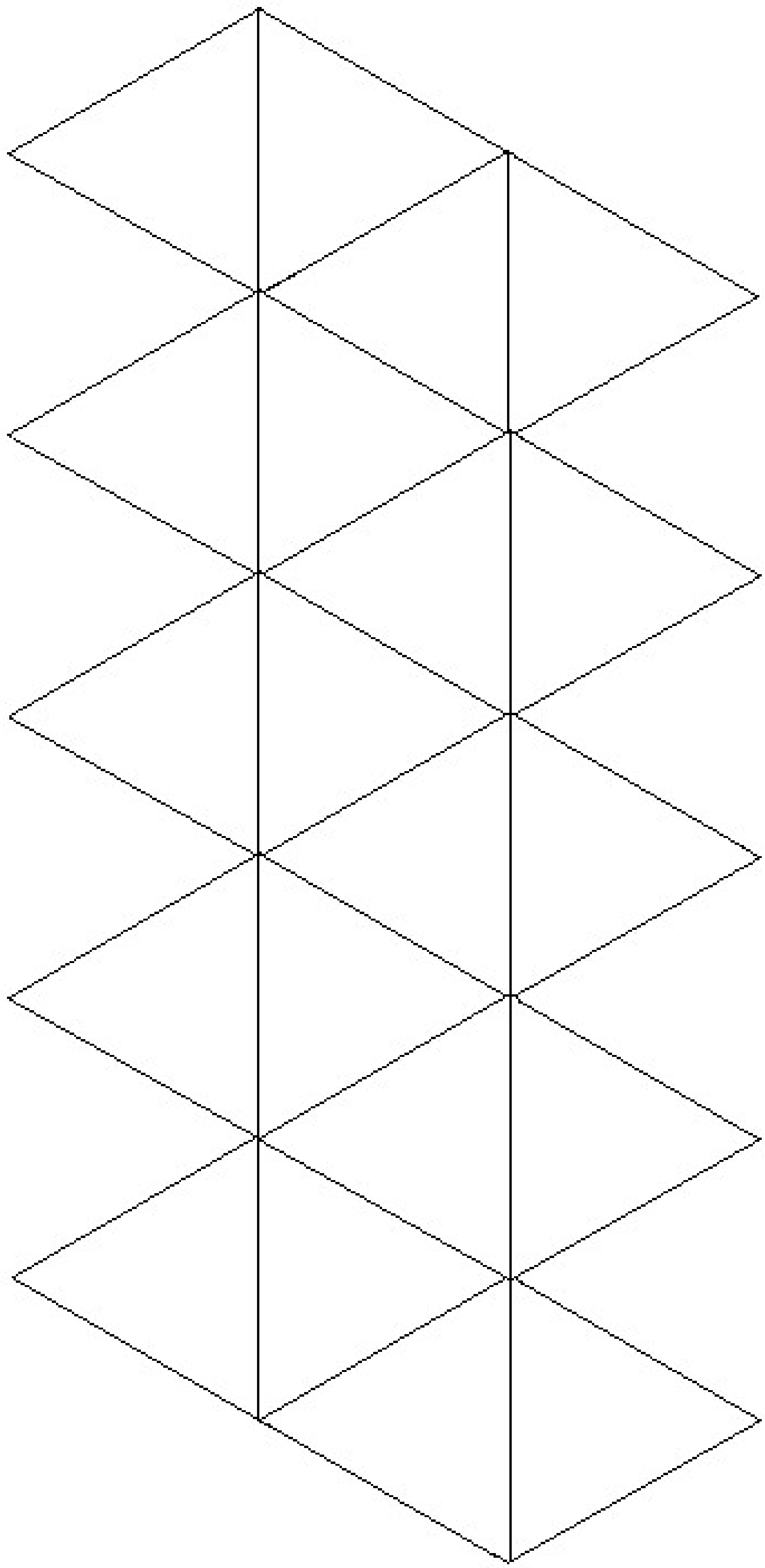
Los vértices y las aristas de los poliedros que estaremos mirando:
Tetraedro – tiene cuatro vértices y seis aristas.
Octaedro – tiene seis vértices y doce aristas.
Cubo – tiene ocho vértices y doce aristas.
Icosaedro – tiene doce vértices y treinta aristas.
Dodecaedro – tiene veinte vértices y treinta aristas.

Tarea:
Para esta tarea necesitará tijeras, pegamento o cinta adhesiva, papel, y los dibujos dados, porque usted va a construir los cinco poliedros regulares que exploró anteriormente. Imprima los cuatro siguientes dibujos de los poliedros regulares y haga usted mismo uno para un cubo, luego fórmelos usando sus tijeras y pegamento o cinta adhesiva. Una manera muy atractiva de mostrar sus sólidos es crear una estructura móvil. Para crear una estructura móvil, necesitará algún tipo de marco. Una gancho o percha de ropa de alambre funciona muy bien. (Necesitará tijeras para cortar alambre.) También necesitará algún tipo de cuerda para colgar los sólidos. Una de nilón o un hilo de pescar funciona bien. Experimente al hacer su estructura móvil con diferentes niveles usando más de un pedazo del ganchode ropa, colgando dos sólidos en un nivel y tres sólidos en el otro nivel. Trabaje con los sólidos para ver cual resulta ser el mejor balance.









VI. Unidad 6: Polígonos Congruentes y Transformaciones

A. Unit 6 Introducción

El estudiante reconocerá las condiciones que se necesitan para demostrar que dos o mas polígonos son congruentes y/o similares y las partes son correspondientes. Entonces el estudiante usará las propiedades de las transformaciones en conexión con congruencia y similitud para dibujar imágenes o figuras como reflejos, traslaciones, rotaciones, y dilataciones.

El estudiante:

- Conectará diagramas geométricos con representaciones algebraicas.
- Demostrará la congruencia y la similitud de triángulos y otros polígonos, y explorará las relaciones entre partes correspondientes.
- Usará reflejos, traslaciones, rotaciones, y dilataciones.

B. Lección 1: Introducción a los Triángulos Congruentes

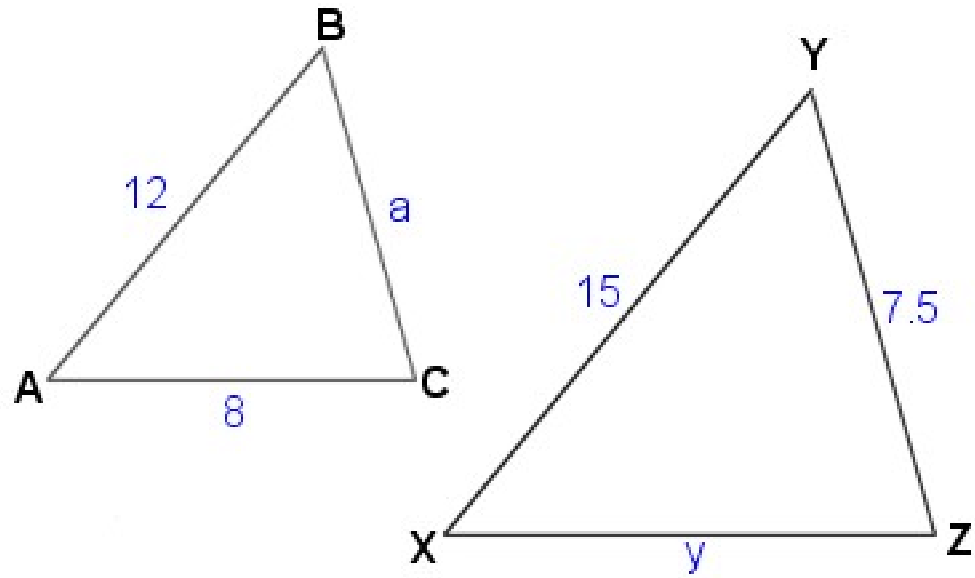
Hay tres maneras de demostrar que dos triángulos son congruentes: ALA (ASA por sus siglas en inglés) (Ángulo-Lado-Ángulo), LAL (en inglés SAS) (Lado-Ángulo-Lado), y LLL (en inglés SSS) (Lado-Lado-Lado). Lea las definiciones de ángulos congruentes, ALA, LAL, y LLL. Para cada uno de ellos siempre obtendrá UNO y solo UN triángulo único. Algunas personas intentan demostrar la congruencia por LLA (Lado-Lado-Ángulo). Esto no es posible porque con LLA usted obtiene dos posibles triángulos con las mismas medidas pero estos dos triángulos no son congruentes. Po lo tanto no se puede usar para garantizar la congruencia de triángulos.

C. Lección 2: Triángulos Semejantes

Ahora vamos a estudiar los triángulos semejantes. Lea las siguientes definiciones: ALA parte 2, LAL parte 2, LLL parte 2, y polígonos semejantes. Esperemos que pronto vea la diferencia entre figuras congruentes y semejantes.
Las tres reglas de semejanza para los triángulos son:

- ángulo-ángulo semejante
- lado-ángulo-lado semejante
- lado-lado-lado semejante

Ejemplo: Dados dos triángulos semejantes, encuentre los valores que faltan de “a”, “y”, y la medida de $\angle$A..



1: Escriba las proporciones para los lados correspondientes de los triángulos.

$\frac{15}{12} = \frac{y}{8}$ y $\frac{15}{12} = \frac{7.5}{a}$

2: Use productos cruzados para resolver.

$\frac{15}{12} = \frac{y}{8}$ y $\frac{15}{12} = \frac{7.5}{a}$

$(15)(8) = (y)(12)$ y $(15)(a) = (7.5)(12)$

$120 = 12y$ y $15a = 90$

$\frac{120}{12} = \frac{12y}{12}$ y $\frac{15a}{15} = \frac{90}{15}$

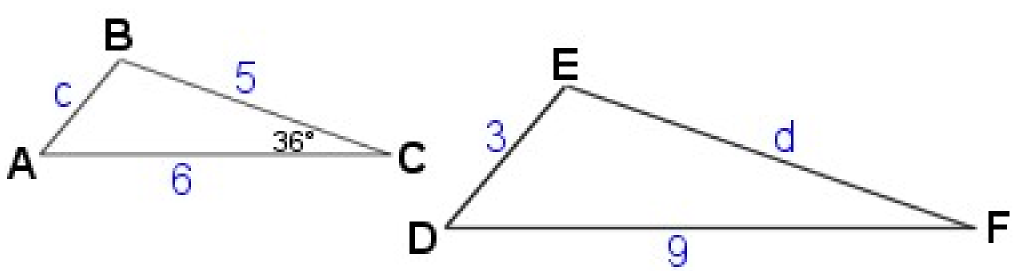
$10 = y$ y $a = 6$

3: Resuelva por $\angle A$.

$\angle X$ y $\angle A$ son ángulos correspondientes y por definición de polígonos semejantes $\angle A = \angle X = 44^\circ$

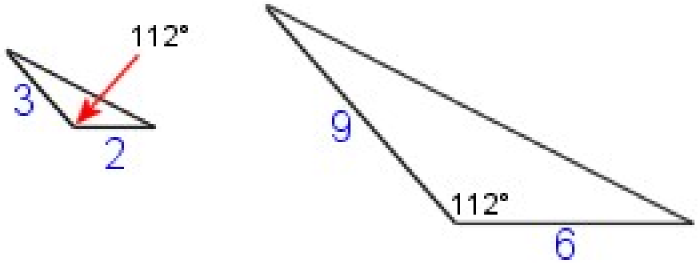
Tarea:

1. Dados dos triángulos semejantes encuentre c, d, y $\angle F$.

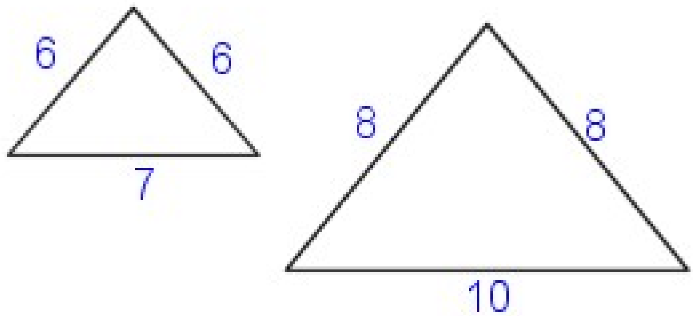


Para los ejercicios 2 a 6 diga si los triángulos son semejantes y por cuál regla.

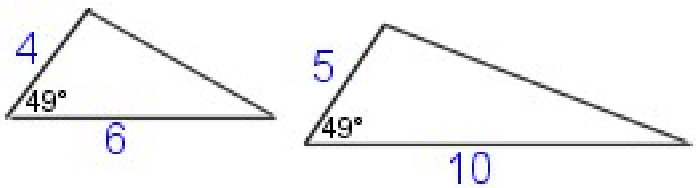
2.



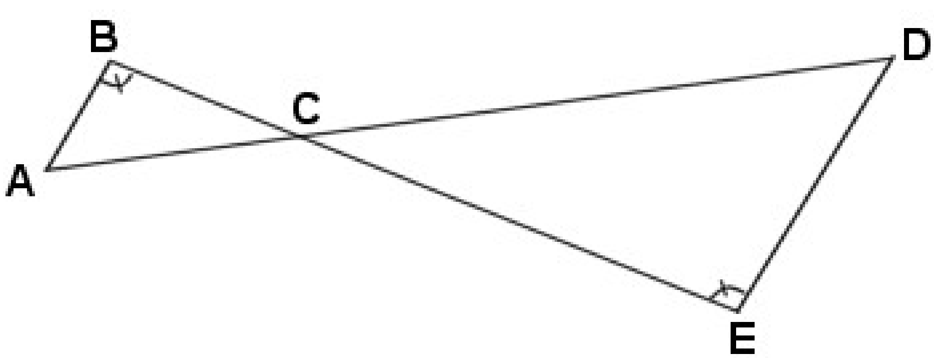
3.



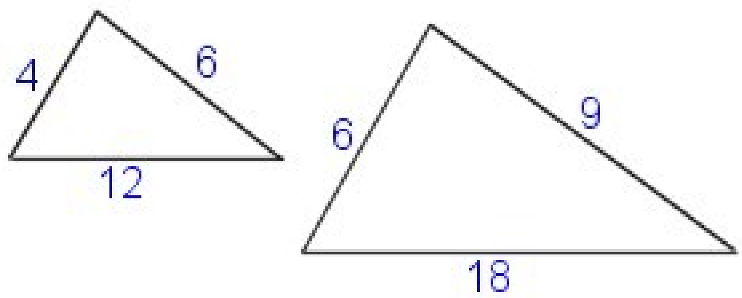
4.



5.



6.



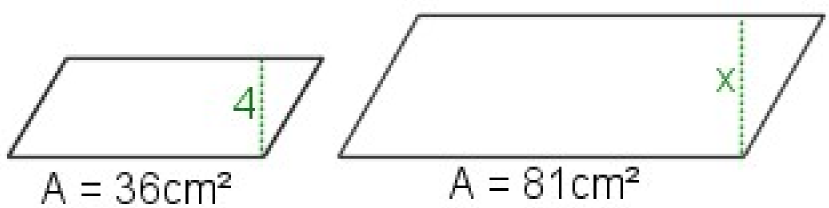
D. Lección 3: Semejanza y Area, Volumen y Escala.

Esta lección le hará explorar cómo la semejanza se relaciona con otros conceptos geométricos tales como área, volumen y dibujos a escala. De lecciones previas, sabemos que si dos figuras son semejantes, sus lados correspondientes tienen la misma razón y sus ángulos correspondientes son iguales. Pero lo que puede que no sepa es que si dos figuras son semejantes, entonces sus longitudes, areas, y volúmenes también tienen la misma razón. Esto significa que para figuras semejantes:

- Razón de las longitudes = a:b or $\frac{a}{b}$
- Razón de las áreas = a^2:b^2 or $\frac{a^2}{b^2}$
- Razón de los volúmenes = a^3:b^3 or $\frac{a^3}{b^3}$

Ejemplos:

1. Dado que dos figuras son semejantes encuentre la variable que falta.

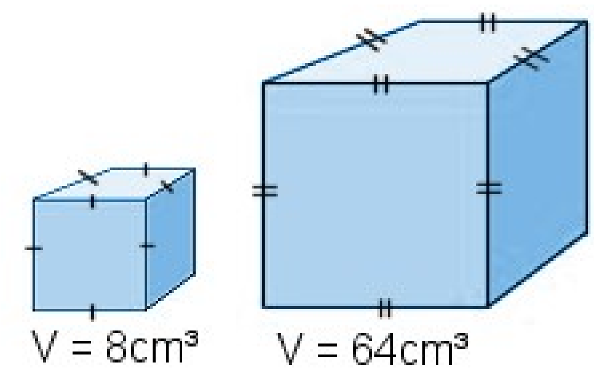


Las razones de las áreas es de 36:81
Las razones de las longitudes es 4:x
Para resolver y comparar las razones necesitamos que todas estén a la primera potencia.
$a^2 = 36$ y $b^2 = 81$, para obtener sólo a y b haga la raíz cuadrada de ambos lados
$a^2 = 36 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{a^2} = \sqrt{36} \quad \Rightarrow \quad a = 6$
$b^2 = 81 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{b^2} = \sqrt{81} \quad \Rightarrow \quad b = 9$
Ahora lo tenemos todo a la primera potencia así que podemos comparar razón a razón.
$\frac{6}{9} = \frac{4}{x}$ (las razones de la potencia simple del area a las razones de la potencia simple de la longitud)

Para resolver use productos cruzados.

$\frac{6}{9} = \frac{4}{x} \quad \Rightarrow \quad (6)(x) = (9)(4) \quad \Rightarrow \quad 6x = 36 \quad \Rightarrow \quad \frac{6x}{6} = \frac{36}{6} \quad \Rightarrow \quad x = 6$

2. Dado que dos figuras son semejantes ¿cuál es la razón de sus áreas?



Las razones de los volúmenes es de 8:64
Para resolver y comparar las razones necesitamos que todas estén a la primera potencia.
$a^3 = 8$ y $b^3 = 64$, para obtener sólo a y b haga la raíz al cubo de ambos lados.

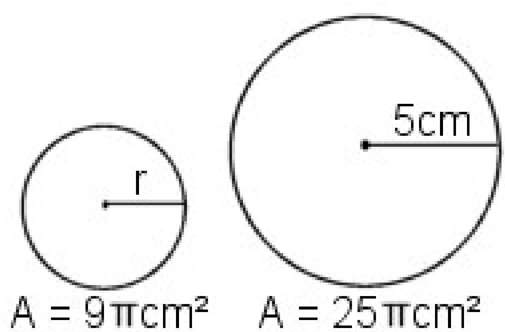
$a^3 = 8 \quad \Rightarrow \quad \sqrt[3]{a^3} = \sqrt[3]{8} \quad \Rightarrow \quad a = 2$

$b^3 = 64 \quad \Rightarrow \quad \sqrt[3]{b^3} = \sqrt[3]{64} \quad \Rightarrow \quad b = 4$

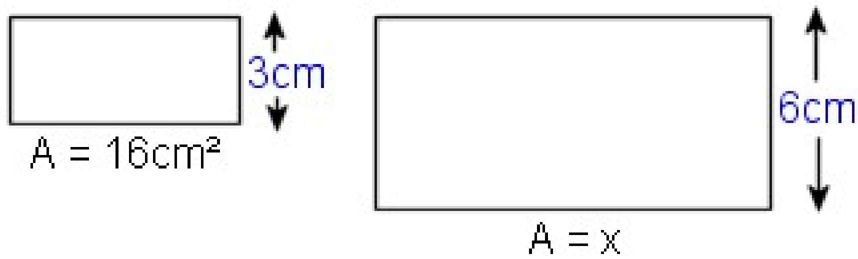
Ahora lo tenemos todo a la primera potencia. La razón de las longitudes es ahora 2:4.
Para obtener las razones de las areas solo necesitamos elevar al cuadrado a y b, ya que todos los lados son iguales esto es posible. $a^2 = 2^2 = 4$ and $b^2 = 4^2 = 16$
Así que la razón de las áreas es 4:16.

Tarea: Resuelva por las variables dadas.

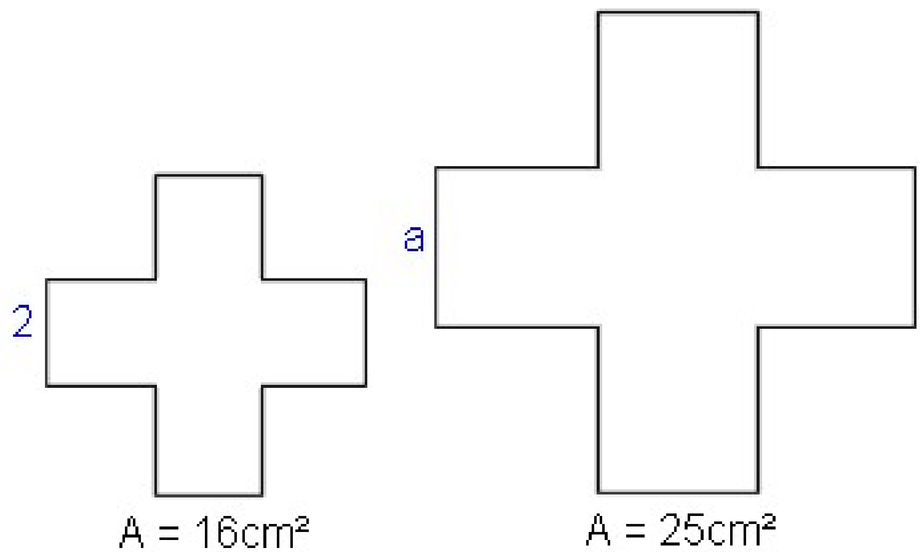
1.



2.



3.



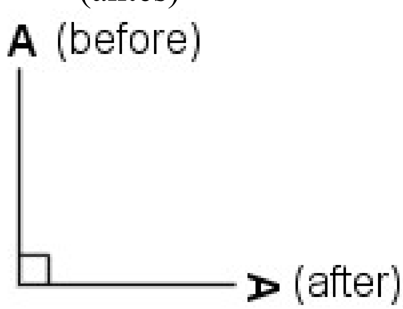
E. Lección 4: Transformaciones

Esta lección explorará las transformaciones y sus conexiones con congruencia y semejanza. Lea las definiciones de reflejo, rotación, línea de simetría, transformación y traslación.

Ejemplos:

Rotación: Rote A 90°.

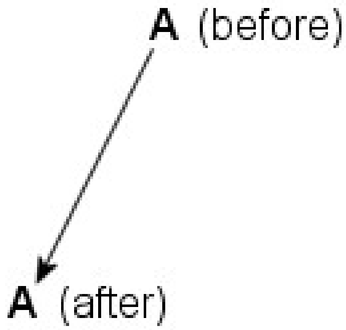
(antes)



(después)

Traslación: Traslade A a la izquierda y abajo.

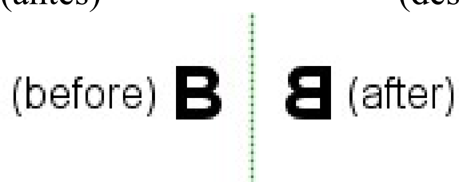
(antes)



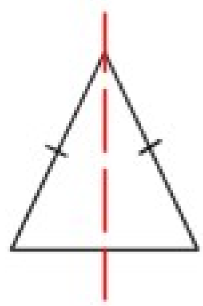
(después)

Reflejo: Refleje B.

(antes) (después)



Simetría: Muestre dónde es simétrico por su línea de simetría el triángulo dado.



Tarea:

¿Qué letras del alfabeto tienen simetría? Muestre su simetría. (Pista: ¡Algunas tienen más de una línea de simetría!)

Clave de Respuestas para las Tareas en Geometría:

Unidad 1 Respuestas a la Lección

Unidad 1, Lección 1

TD = 23, DR = 15

Unidad 1, Lección 2

a. AB = $\sqrt{13}$, M: (5.5, 1)
b. AB = $\sqrt{10}$, M: (-7.5, -1.5)

c. AB = $\sqrt{65}$, M: (1.5, -1)

Unidad 1, Lección 5
Exploración

1. ∠AED y ∠CEB; ∠AEC y ∠DEB
2. Miden lo mismo (son congruentes)
3. ∠AED y ∠DEB; ∠DEB y ∠BEC; ∠BEC y ∠CEA; ∠CEA and ∠AED
4. La suma es de 180 grados.

Conjeturas

1. sus medidas son iguales (los ángulos son congruentes)
2. la suma de sus medidas es de 180 grados

Unidad 2 Respuestas a la lección

Unidad 2, Lección 1

1. línea recta, 180^o
2. ángulos correspondientes, varía
3. ángulos internos consecutivos, 180^o
4. ángulos correspondientes, varía
5. línea recta, 180^o
6. ∠EGA y ∠GHC, ∠AGH y ∠CHF, o ∠BGH y ∠DHF; varía
7. ∠AGH y ∠GHC, 180^o

Unidad 2, Lección 2

Exploración #1

1. ángulos internos alternos
2. línea recta, 180^o
3. ángulos internos alternos
4. línea recta, 180^o
5. ángulos internos del mismo lado
6. 180^o
7. si
8. ángulos internos del mismo lado
9. 180^o
10. si

Conjetura

1. ángulos internos alternos; congruentes

2. ángulos internos del mismo lado; suplementarios

Exploración #2

1. todos los pares son ángulos correspondientes
2. son congruentes (miden lo mismo)

Conjectura

Los ángulos correspondientes son congruentes (tienen la misma medida).

Unidad 2, Lección 3

1. ángulos internos del mismo lado
2. ángulos externos alternos
3. ángulos internos alternos
4. ángulos correspondientes
5. ángulos verticales
6. pares lineales (ángulos suplementarios)
7. ángulos internos del mismo lado
8. v y w; los ángulos externos alternos son congruentes
9. g y h; los ángulos correspondientes son congruentes
10. v y w; Los ángulos internos del mismo lado son suplementarios
11. v y w; los ángulos correspondientes son congruentes
12. g y h; los ángulos correspondientes son congruentes
13. v y w; los ángulos internos alternos son congruentes
14. 127^o, 53^o, 53^o, 127^o
15. 82^o, 82^o
16. 50^o, 130^o
17. $x = 6$, $y = 10$
18. $x = 147$, $y = 33$, $z = 10$
19. $x = 59$, $y = 72$, $z = 49$
20. muchas respuestas posibles, por ejemplo una carretera que pase por debajo de una vía del tren.
21. muchas respuestas posibles, por ejemplo las líneas fronterizas del norte y el sur de una autopista interestatal.
22. Las líneas nunca coinciden; están en planos diferentes

Unidad 2, Lección 4

1. paralelas
2. ninguna de las dos
3. perpendiculares
4. perpendiculares
5. paralelas
6. ninguna de las dos
7. perpendiculares

Unidad 3 Respuestas a la lección

Unidad 3, Lección 3

1. 94 ½º
2. 26, 78, 36, 66
3. 48
4. 44, 136
5. 65, 27
6. 44
7. 23 4/7, 132 6/7
8. 180, la suma de las medidas de un triángulo es de 180º
9. 180, los pares lineales son suplementarios
10. 360, la suma de las medidas de los ángulos externos de un polígono es de 360º

Unidad 3, Lección 4

1. 64, 52
2. 58, 58
3. 30,75,75
4. 11

Unidad 3, Lección 5

1. no, 2 + 3 no es mayor que 5
2. no, 1 + 2 no es mayor que 4
3. no, 6 + 1 no es mayor que 8
4. si, 5 + 5 es mayor que 5
5. si, 2x + 3x (5x) es mayor que 4x

El teorema de la desigualdad de un triángulo dice que la suma de las medidas de cualquiera de los dos lados de un triángulo debe ser siempre mayor que la medida del tercer lado.

Unidad 3 Lección 6

1. 20, 45, 45

   Solución: $5x - 10 = 90^{\circ}$

   $$\underline{+10 \quad +10}$$

   $$\frac{5x}{5} = \frac{100}{5}$$

   $$x = 20$$

   $$\angle ABD = 2(20) + 5 = 45$$

   $$\angle BAD + \angle ADB + \angle ABD = 180$$

   $$\angle BAD + 90 + 45 = 180$$

   $$\angle BAD = 45$$
2. 17, 46, 92 (Use un método similar a la solución número uno)

3. 2, 12, 24 (Use un método similar al #uno)
4. 2.5, 4.5, 9, 90^o (Use un método similar al # uno)
5. En un triángulo rectángulo dos de las alturas son los catetos del triángulo, la tercera altura y todos los demás segmentos especiales se hallan en el interior del triángulo. En un triángulo obtuso dos de las alturas se hallan fuera del triángulo, la tercera altura y todos los demás segmentos especiales se hallan en el interior del triángulo. En un triángulo agudo todos los segmentos especiales se hallan dentro del triángulo.

Unidad 4 Respuestas a la lección

Unidad 4 Lección 2

1. 15
2. 13
3. $\sqrt{5}$
4. $3\sqrt{10}$ o $\sqrt{90}$

Unidad 4, Lección 3

1. obtuso, $100 > 25 + 49$
2. obtuso, $144 > 64 + 64$
3. agudo, $16 < 9 + 9$
4. rectángulo, $100 = 36 + 64$
5. agudo, $x^2 < x^2 + x^2$

Unidad 4, Lección 4

1. 8, $8\sqrt{2}$
2. 6.3, $6.3\sqrt{2}$
3. $17/\sqrt{2}$, o $(17\sqrt{2})/2$
4. 2, 2
5. $3\sqrt{3}$, 6
6. 14.5, $14.5\sqrt{3}$
7. $5.3/\sqrt{3}$ o $(5.3\sqrt{3})/3$, $10.6/\sqrt{3}$ o $(10.6\sqrt{3})/3$
8. 3.95, $3.95\sqrt{3}$

Unidad 4, Lección 5

1. La longitud del lado opuesto/la longitud de la hipotenusa
2. la longitud del lado adyacente/la longitud de la hipotenusa
3. la longitud del lado opuesto/la longitud del lado adyacente
4. $\tan 42 = x/16.4$

5. cos 39 = x/12
6. sen 64 = x /19.3
7. tan x = 26/19
8. tan 63 = a/28, a = 55
9. cos 29 = 13.2/c, c = 15
10. 46^o

Unidad 5 Respuestas a la lección

Unidad 5, Lección 2

1. 6, 90^o, 4, $\sqrt{20}$ o $2\sqrt{2}$, $4\sqrt{5}$
2. 90^o, $5\sqrt{2}$, $2.5\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$, 45^o
3. 1in., 6 pulgadas, 62^o
4. 90^o, 4 pies, 7 pies, $\sqrt{65}$, $\sqrt{65}$

Unidad 5, Lección 4

1. V = 297.5 m^3
2. V = 272π $pulgadas^3$ o alrededor de 854.5 $pulgadas^3$
3. V = 75π $pulgadas^3$ o alrededor de 235.6 $pulgadas^3$
4. V = 93.3 $pies^3$
5. V = 288π cm^3 o 904.8 cm^3

Unidad 6 respuestas a la lección

1. c = 2, d = 7.5, $\angle F = 36^o$
2. si por LAL
3. no
4. no
5. si por AA
6. si por LLL

Unidad 6, Lección 3

1. r = 3 cm
2. x = 100 cm^3
3. a = 2.5 cm^2